

# 73050 Tilastomatematiikka tentti 10.5.2000

- Ei kirjallisuutta eikä muistiinpanoja . Kaavakokoelma jaetaan.

Laskin saa olla.

- Kirjoita papereihin nimesi , numerosi ja koulutusohjelmasi .

Tentti = tehtävät 1,2,4,5,6 . 1. välikoe = tehtävät 1,2,3

2.välikoe = tehtävät 4,5,6

1. Tuotetta valmistetaan koneilla  $K_1$ ,  $K_2$  ja  $K_3$ . Osuudet kokonaistuotannosta ovat vastaavasti 31 %, 47 % ja 22 % . Koneen  $K_1$  valmistamista tuotteista on virheellisiä 0.2 %, koneen  $K_2$  0.1 % ja koneen  $K_3$  0.4 % . Kaikki valmistetut tuotteet sekoitetaan.

Millä todennäköisyydellä a) satunnaisesti valittu tuote on virheellinen  
b) virheelliseksi todettu tuote on tehty koneella  $K_3$  ?

2. Työpaikassa kahvitauon pituus minuuteissa on satunnaismuuttuja, jota mallinnetaan muotoa

$$f(x) = \begin{cases} c(15-x) & , \text{kun } 5 \leq x \leq 15 \\ 0 & , \text{muulloin} \end{cases}$$

olevalla tiheysfunktioilla.

a) Määritä vakio c.

b) Määritä kahvitauon pituuden odotusarvo.

c) Millä todennäköisyydellä kahvitauko kestää vielä ainakin viisi minuuttia, kun se on jo kestänyt kahdeksan minuuttia ?

3. Todennäköisyys osua maaliin yhdellä laukauksella on 0.03. Laske todennäköisyys, että 50 laukauksella osutaan maaliin ainakin kaksi kertaa. Laske todennäköisyys tarkasti ja Poissonin approksimaatiota käyttäen .

4. Satunnaismuuttujat  $x$  ja  $y$  ovat riippumattomia ja niiden momentit generoivat funktiot ovat vastaavasti  $M_x(t) = (1 - p + pe^t)^k$  ja  $M_y(t) = (1 - p + pe^t)^m$  .

a) Mikä on summan  $z = x+y$  momentit generoiva funktio ?

b) Laske tulon  $xy$  odotusarvo  $E(xy)$  .

c) Laske todennäköisyys  $P(x=1, y=1)$ .

5. Olkoon  $x_1, x_2, \dots, x_n$  otos välille  $(0, 1)$  tasan jakautuneesta satunnaismuuttujasta  $x$  . Mikä on otoskeskiarvon

$\bar{x}_n = (x_1 + x_2 + \dots + x_n) / n$  normaaliapproksimaatio ?

Mitä on  $P(|\bar{x}_{30} - 0.5| \leq 0.1)$  ?

6. Satunnaismuuttujan  $y$  arvot on mitattu 10:lla arvoparilla  $(x_{i2}, x_{i3})$  ja dataan on sovitettu regressiomalli  $y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + u$ ;  $u \sim N(0, \sigma^2)$  . Tällöin on saatu mm. seuraavat tulokset:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 2.7442 & -1.6145 & 0.2018 \\ -1.6145 & 1.0549 & -0.1387 \\ 0.2018 & -0.1387 & 0.0189 \end{bmatrix}, s_y^2 = 0.6632, ||\mathbf{e}||^2 = 1.922$$

ja estimoitu regressiotaso :  $y = 3.9748 + 0.5402 x_2 - 0.0220 x_3$ .

Laske kertoimen  $\beta_2$  95 % :n luottamusväli , ja mallin selityskerroin.