73040 Vektorianalyysi
2. välitentti 23.4.2003

Ei laskimia, taulukot jaetaan

1. (i) Määrää $\mathbf{F} = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$ skalaaripotentiaali (mikäli on olemassa).

(ii) Laske $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, kun C on jana pisteestä (1, 1, 1) pisteeseen (2, –1, 3). ($\mathbf{F}$ (i)-kohdasta)

(iii) Olkoon $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ja $r = \|\mathbf{r}\|$ ja $\mathbf{a}$ vakiovektori. Laske $\nabla \bullet (\mathbf{a} \times \mathbf{r})$ ja ∇r.

2. (i) Laske tasosta $x + 2y + 3z = 6$ ensimmäiseen oktanttiin jäävän pinnan pinta-ala.

(ii) Olkoon vektorikenttä $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \mathbf{r} + [-1, 1, 3]$, $\mathbf{r} = [x, y, z]$. Laske vektorikentän $\mathbf{F}$ vuo läpi puolipallon $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$ $z \geq -2$ pinnan. (Huom. vain puolipallon pinta)

3. Olkoon $\mathbf{F}(x, y, z) = (2x - y)\mathbf{i} - yz^2\mathbf{j} - y^2z\mathbf{k}$.

Laske $\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \bullet \mathbf{n}\, d\sigma$, kun $\mathbf{n}$ on S:n yksikkönormaali, jonka $\mathbf{k}$ koordinaatti on positiivinen ja S on puolipallon pinta:

$$x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 4 \qquad z \geq -3.$$