

73035 Insinöörimatematiikka 2

Tentti 8.11.1999

Au,S,Ti/Perttula

K,Te,Tu/Pajunen

1. a) Millä k :n arvoilla ryhmällä $A \mathbf{x} = \mathbf{0}$ on ei-triviaali ratkaisu ($\neq \mathbf{0}$), kun

$$A = \begin{bmatrix} 1-k & 0 & 0 & k \\ k & k & 0 & 1-k \\ 0 & 0 & k & k \\ 1 & 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

b) Ratkaise ryhmä $A \mathbf{x} = \mathbf{0}$ niillä k :n arvoilla, joilla ryhmällä on ei-triviaali ratkaisu.

2. Etsi kaikki matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 13 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -12 \end{bmatrix}$$

ominaisarvoa 2 vastaavat ominaisvektorit.

3. a) Onko origo funktion $f(x, y) = 3xy - \sin(xy)$ lokaali ääriarvokohta.

b) Approksimoi funktiota $f(x, y) = 3xy - \sin(xy)$ origon ympäristössä Taylorin 2. asteen polynomilla.

4. Määrää differentiaaliyhtälön

$$y'' + y = \frac{1}{\sin x}$$

yleinen ratkaisu ja ratkaisu, joka toteuttaa alkuehdot

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

(Vihje: Jokin ratkaisu vakioiden varioinnilla)

5. Määrää DY-ryhmän

$$\begin{cases} x' = x - y \\ y' = x + y + t \end{cases}$$

yleinen ratkaisu.