

7303005 Perusmatematiikka 2

Tentti 10.11.2003

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.

1. Ratkaise yhtälö $\sinh(x) + 3 \cosh(x) = 3$

2. Laske integraalit $\int x \ln(x) dx$, $\int_0^1 \int_{y^2}^1 dx dy$. Piirrä kuva alueesta, jonka yli jälkimmäinen integroidaan ja esitä lyhyesti, mitä integraalin arvo geometrisesti tarkoittaa.

3. Seuraavassa on kolme väittämää. Perustele, miksi ne ovat oikein tai väärin. Pelkästä arvauksesta ei saa pisteitä.

(a) Vektori $\mathbf{u} = (1, 3, -2)$ on tason $2x + 6y - 4z + 3 = 0$ suuntainen.

(b) Vektori $\mathbf{m} = (1, 2, -1)$ on suoran $x = 2t + 1$, $y = t + 2$, $z = t - 1$ suuntainen.

(c) Pallokoordinaateissa annettu pisteiden joukko $\{(\rho, \theta, \varphi) : \rho = 1 \text{ ja } \varphi = \pi/6\}$ esittää ympyrää, jonka keskipiste on $(0, 0, \sqrt{3}/2)$ ja säde $1/2$.

Vihje: Pallokoordinaattien muunnos karteesisen koordinaatiston on

$$x = \rho \sin(\varphi) \cos(\theta)$$

$$y = \rho \sin(\varphi) \sin(\theta)$$

$$z = \rho \cos(\varphi)$$

4. Olkoon $f(x, y, z) = 2x^2y - z$. Laske ∇f . Mihin suuntaan funktion f arvo kasvaa voimakkaimmin pisteessä $(1, 2, 3)$. Jos meillä on pinta $f(x, y, z) = 2x^2y - z = 0$, niin piste $(1, 2, 3)$ ei ole pinnan piste. Perustele! Jos kuula asetetaan sellaiseen pinnan pisteeseen, jonka x -koordinaatti on 1 ja y -koordinaatti on 2, niin mihin suuntaan kuula lähtee vierimään? Anna suunta xy -tasossa.

5. Etsi yleinen ratkaisu differentiaaliyhtälölle

$$y''(t) + 4y(t) = 25te^t$$