

Ei kirjallisuutta, muistiinpanoja, taulukoita eikä laskimia esillä!

Tentti: Laske 1, 3, 5, 7, 8

Välitentti 1: Laske 1, 2

Välitentti 2: Laske 3, 4

Välitentti 3: Laske 5, 6

Välitentti 4: Laske 7, 8

1. a) Laske $\sin(\arctan(-1))$.
b) Millä reaali-luvuilla x, y pitää paikkansa epäyhtälö $|xy| < \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$?
2. a) Onko lukujonolla $a_n = \frac{\sin n}{3^n}$ raja-arvo, kun $n \rightarrow \infty$? Jos on, laske se.
b) Laske lukujonon $b_n = \sqrt{n^3 + n + 2} - \sqrt{n^3 + n}$ raja-arvo, kun $n \rightarrow \infty$.
3. a) Laske funktion $\frac{\sin x}{x + x^2}$ raja-arvo, kun $x \rightarrow 0$.
b) Osoita, että matriisi $M = A^* + A^T$ on symmetrinen, olipa A mikä hyvänsä neliömatriisi.
4. a) Laske $\int \frac{1}{x^2(x-1)} dx$.
b) Laske $\int_{\frac{1}{2\pi}}^{\frac{1}{\pi}} \frac{1}{x^2} \sin(1/x) dx$.
5. a) Muodosta pisteiden $P=(1,2,3)$ ja $Q=(3,2,1)$ kautta kulkevan suoran L yhtälö.
b) Muodosta yhtälö tasolle T , joka sisältää suoran $r = (4,2,1) + t(1,2,2)$ ja kulkee pisteen $(-1,0,1)$ kautta.
c) Laske suoran L ja tason T leikkauspiste.
6. Tutki, onko seuraavalla funktiolla raja-arvoa, kun $(x,y) \rightarrow (0,0)$, ja myönteisessä tapauksessa laske raja-arvo:
$$g(x,y) = x^4 y^3 / (4x^4 + 2y^2).$$
7. a) Mikä on kompleksiluvun $1/(1+i)$ argumentti eli kulma?
b) Laske ketjusäännöllä $\partial w / \partial t$, kun $w = e^{xy/z}$, $x = t^2 + t^2$, $y = s^2 - t^2$, $z = t^2 + s^2$.
c) Laske funktion $g(x,y) = xe^y + ye^x$ derivaatta suuntaan $v = i + j$.
8. a) Laske funktion $f(x) = 1/|x|$ gradientti, kun $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$.
b) Laske yhdistetyn kuvauksen $g \circ f$ derivaatta (Jacobin matriisi) pisteessä $(1,-1)$, kun $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$,

$$f(x,y) = (x^3, y) \text{ ja } g(u,v) = (u^2 v, v^2 u).$$