

73030 Insinöörimatematiikka 1 (K, Te, Tu / Lehto)

Tentti 19.12.2001

Ei kirjallisuutta, muistiinpanoja eikä laskinta!

HUOM! Tehtävät T1 - T5 ovat tenttitehtäviä.

Välikokeen suorittajat laskevat seuraavasti:

välikoe 1 (T1, Y1), välikoe 2 (T2, Y2), välikoe 3 (T3, Y3) ja välikoe 4 (T4, Y4).

Muista merkitä vastauspaperiisi, oletko suorittamassa tenttiä vaiko välikokeita:

T1. Tutki joukko-opin laskusääntöjä käyttäen, onko $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ ja $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cap \overline{B}$.
(Huom! Venn-diagrammi ei ole laskusääntö.)

T2. a) Osoita, että funktiolla $y = f(x) = \frac{4x^3}{x^2 + 1}$ on käänteisfunktio,

muodostamatta itse käänteisfunktioita. **b)** Laske $Df^{-1}(2)$ eli käänteisfunktion derivaatta pisteessä 2 muodostamatta itse käänteisfunktioita.

~~**T3.** Käyrällä $f(t) = (t^3 - 2t^2 - 3t + 11, t^2 - 2t - 5)$ on pisteessä (11, -2) kaksi eri tangenttisuoraa. Määrää näiden yhtälöt.~~

T4. Onko rationaalilausekkeella $\frac{zy^2 + x^3}{x^2 + y^2 + z^2}$ raja-arvoa origossa. Jos

mielestäsi olet löytänyt raja-arvoehdokkaan, sinun on tietenkin todistettava tämä raja-arvoksi. Jos mielestäsi raja-arvoa ei ole, on mielipide perusteltava riittävästi.

T5. Mikä on lyhin etäisyys origosta käyrälle $x^2 y = 16$? Perustele, miksi vastauksesi todella on lyhin etäisyys.

Y1. Osoita induktiotodistuksella aritmeettisen sarjan summaakaava

oikeaksi eli, että $\sum_{j=0}^{n-1} (a + jd) = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

~~**Y2.** Voidaanko vektori $v = (1, -4, 5)$ esittää kahden vektorin summana, joista toinen on suuntajanan \overline{PQ} ja toinen suuntajanan \overline{QR} suuntainen, kun pisteet ovat $P = (1, -1, 2)$, $Q = (2, 1, -1)$ ja $R = (-1, 2, 1)$,~~

Y3. Olkoon $f(t) = \frac{t+1}{t+4}$. Määrää $f(t)$:n se integraalifunktio $F(t)$, joka kulkee origon kautta.