

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.

1. a) Laske $D \operatorname{ar} \sinh g(x)$.

b) Jos $D \operatorname{ar} \sinh g(x) = 1/c$, niin mitä on $\operatorname{ar} \sinh g(x)$?

c) Jos $D \operatorname{ar} \sinh g(x) = 1/c$, niin mitä on $g(x)$?

d) Jos $f'(x) = \sinh(x/c)$, niin mitä on $f(x)$?



2. Tarkista De Moivre'n kaavan $(\cos \theta + j \sin \theta)^n = \cos n\theta + j \sin n\theta$ paikkansapitävyys tapauksessa $n = -1$ eli tarkista, että kaavalla z^{-1} :ksi saatava luku todella toteuttaa yhtälön $zz^{-1} = 1$, kun $z = \cos \theta + j \sin \theta$.

3. Laske pisteen $(1, -1, 2)$ etäisyys tasosta $x + y - z = 3$ seuraavasti:

a) Muodosta yhtälö suoralle, joka kulkee pisteen $(1, -1, 2)$ kautta ja on kohtisuorassa tasoa vastaan.

b) Etsi suoran ja tason leikkauspiste (se suoran piste, joka toteuttaa myös tason yhtälön).

c) Laske pisteen $(1, -1, 2)$ ja leikkauspisteen välinen etäisyys.

4. Funktiosta $f(x, y)$ tiedetään, että $f_x(2, 1) = 3$, $f_y(2, 1) = -2$,

$$f_{xx}(2, 1) = 0, f_{xy}(2, 1) = f_{yx}(2, 1) = 1, f_{yy}(2, 1) = 2.$$

Laske funktiolle $w(u, v) = f(u+v, uv)$ derivaatat

a) $w_v(1, 1)$ [2 pistettä]

b) $w_{vu}(1, 1)$ [4 pistettä].

5. a) Laske integraali $\int_2^4 \int_1^y 1 \, dx \, dy$.

b) Vaihda integrointijärjestys ja laske integraali siinä muodossa (myös rajat vaihdettuina).

Kaavoja: $D \sinh(x) = \cosh(x),$ $D \operatorname{ar} \sinh(x) = 1/\sqrt{x^2 + 1},$ $D \cosh(x) = \sinh(x),$ $D \operatorname{ar} \cosh(x) = 1/\sqrt{x^2 - 1}.$
