

25300 Lämmönsiirron perusteet  
Tentti 17.12.2004

Tentissä ei saa käyttää muuta aineistoa kuin kirjaa Mills, Basic heat and mass transfer tai siitä otettuja kopioita.

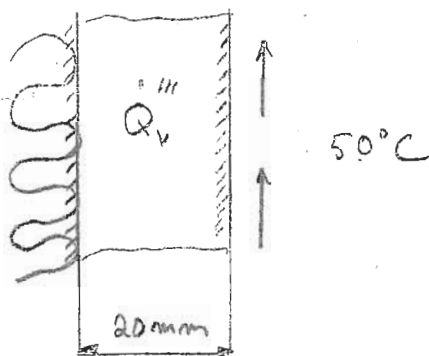
Laskuharjoituksista saadut hyvityspisteet otetaan huomioon kurssin arvostelussa.

1. Levyn paksuus on 20 mm ja lämmönjohtavuus  $0,5 \text{ W/(Km)}$ . Levyn vasen reuna on lämpöeristetty ja oikeasta reunasta lämpö siirtyy lämpötilassa  $50^\circ\text{C}$  olevaan jäähdytysveteen. Levyssä kehittyvä tilavuutta kohti vakio lämpöteho  $10^5 \text{ W/m}^3$ . Laske levyn vasemman ja oikean reunan sekä keskipisteen lämpötilat ja levystä jäähdytysveteen siirtyvä teho stationääritilassa. Levyn oikean reunan lämmönsiirtokerroin on  $500 \text{ W/(Km}^2)$ .
2. Kuvan mukaiseen kaksikulotteiseen rakenteen nurkkaan alkaa absorboitua (porrasmaisesti ajanhetkellä 0 kasvava) säteilyteho/pinta-ala  $500 \text{ W/m}^2$  sekä vaaka- että pystysuunnassa. Nurkan ja ympäröivän ilman välillä on konvektiivinen lämmönsiirto, jossa lämmönsiirtokerroin on  $20 \text{ W/(Km}^2)$ . Ympäristön lämpötila samoin kuin rakenteen alkulämpötila ovat  $20^\circ\text{C}$ .

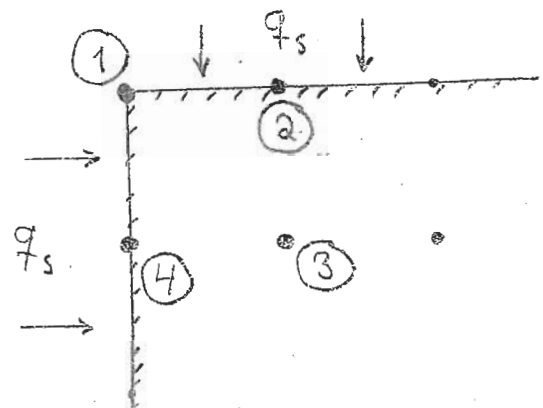
Johda nurkkapisteelelle 1 säteilytehon muutoksen aiheuttaman lämpötilan lauseke implisiittiseen differenssilaskentaan perustuen. Esitä kaava muodossa, jossa lämpötilojen kertoimet ovat dimensiottomat käyttäen Biot'n ja Fourierin lukuja.

Laske nurkkapisteen 1 lämpötila yhden 10 minuutin pituisen aika-askeleen kuluttua alkuhetkestä, jos tiedetään, että naapuripisteiden 2, 3 ja 4 lämpötilat nousevat saman aika-askeleen aikana 5 K.

Solmuväli on 10 cm ja materiaalin lämmönjohtavuus  $0,4 \text{ W/(Km)}$ , tiheys  $1200 \text{ kg/m}^3$  ja ominaislämpö  $800 \text{ J/(kgK)}$ .



Tehtävä 1.

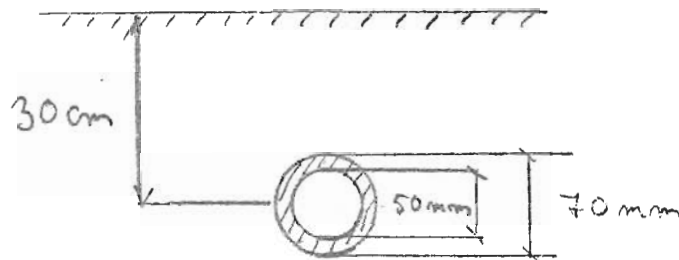


Tehtävä 2.

3. Maahan on upotettu vaakasuoraan 30 cm:n syvyyteen eristetty putki, joka halkaisija on 50 mm ja eristeen ulkohalkaisija on 70 mm. Putkessa virtaa vettä lämpötilassa 60 °C. Maan pinnan lämpötila ja maan lämpötila suuressa syvyydessä ovat 10 °C. Eristeen lämmönjohtavuus on 0,05 W/(Km) ja maan 1,5 W/(Km).

Laske putken lämpöhäviö/pituus maahan ja veden jäähtymisnopeus virtaussuunnan pituutta kohti. Laske myös lämpövastus/putkipituus vedestä maahan ja eristeen ulkopinnan lämpötila.

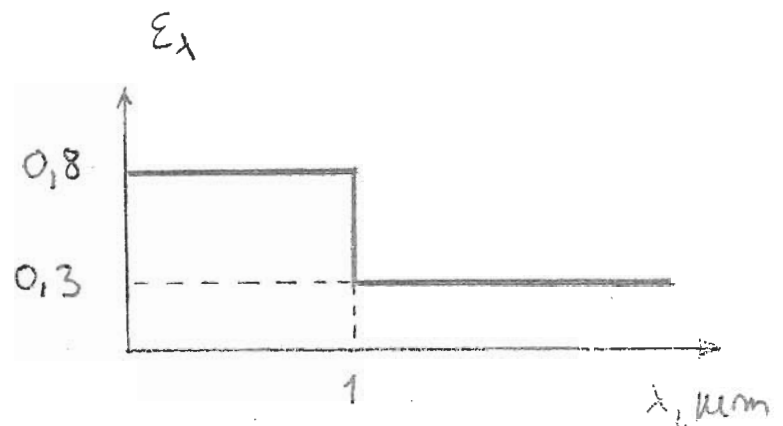
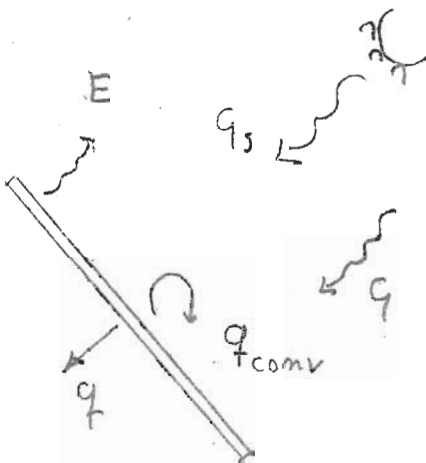
Ohje: Tehtävässä ei oteta huomioon veden ja putken sisäpinnan välistä konvektiivista vastusta eikä putken johtumislämpövastusta.



4. Kuvan mukaiseen kaltevaan pintaan tulee auringon säteilyteho/pinta-ala 300 W/m<sup>2</sup> ja taivaalta tuleva pitkäaaltoinen säteily. Taivaan kannen emissiviteetiksi voidaan arvioida 0,80. Ympäristön lämpötila on 270 K ja tarkasteltavan pinnan lämpötila 280 K.

Pinnan emissiviteetti on aallonpituuden funktiona kuvan mukainen. Alle 1 μm:n aallonpituudella emissiviteetti on 0,80 ja yli 1 μm:n aallonpituuksilla 0,30. Pinnan konvektiivinen lämmönsiirtokerroin on 15 W/(Km<sup>2</sup>).

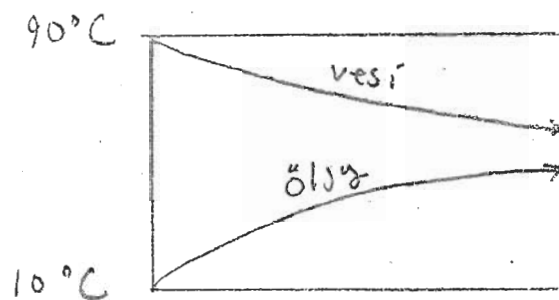
Laske pinnan nettoteho (lämpötase) pinta-alayksikköä kohti.



5. Myötävirtalämmönsiirtimessä lämmitetään lämpötilassa  $90\text{ °C}$  tulevalla vedellä lämpötilassa  $10\text{ °C}$  tulevaa öljyä. Lämmönsiirtimen lämpöpinnan ala on  $12\text{ m}^2$  ja lämmönläpäisykerroin  $0,50\text{ kW}/(\text{K m}^2)$ . Lämpimän virtauksen massavirta ja ominaislämpö ovat  $3\text{ kg/s}$  ja  $4,2\text{ kJ}/(\text{kgK})$ . Vastaavat kylmän virtauksen suuret ovat  $2\text{ kg/s}$  ja  $2,4\text{ kJ}/(\text{kgK})$ .

Laske lämmönsiirtimen teho ja tehokkuus, lämpimän ja kylmän virtauksen ulosmeno-  
lämpötilat ja virtausten välinen keskimääräinen lämpötilaero. Tarkista tehon oikeellisuus  
laskemalla se kaikilla kolmella tavalla.

Mikä lämmönsiirtimen teho olisi em. tulolämpötiloilla ja massavirroilla, jos lämpöpinta olisi  
äärettömän suuri?



Similar terms arise from conduction in the  $y$  and  $z$  directions. Thus, the net heat transfer into the volume by conduction is

$$\left( -\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \Delta x \Delta y \Delta z$$

The rate of generation of thermal energy within the volume  $\dot{Q}_v$  is simply

$$\dot{Q}_v''' \Delta x \Delta y \Delta z$$

where  $\dot{Q}_v'''$  [W/m<sup>3</sup>] is the rate of internal or volumetric heat generation introduced in Section 2.3.4. Substituting in Eq. (3.3) and dividing by  $\Delta x \Delta y \Delta z$  gives

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = - \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + \dot{Q}_v'''$$

Introducing Fourier's law, Eq. (3.1), for  $q_x$ ,  $q_y$ , and  $q_z$ ,

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{Q}_v'''$$
 (3.4)

Notice that the thermal conductivity  $k$  has been left inside the derivatives since, in general,  $k$  is a function of temperature. However, we usually simplify heat conduction analysis by taking  $k$  to be independent of temperature;  $k$  is then also independent of position, and Eq. (3.4) becomes

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \dot{Q}_v'''$$
 (3.5)

When there is no internal heat generation,  $\dot{Q}_v''' = 0$ , and Eq. (3.5) reduces to

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$
 (3.6)

where  $\alpha \equiv k/\rho c$  [m<sup>2</sup>/s] is a thermophysical property of the material called the **thermal diffusivity**. Table 3.1 gives selected values of the thermal diffusivity. Additional data are given in Appendix A, as are values for  $k$ ,  $\rho$ , and  $c$ , from which  $\alpha$  can be calculated. Equation (3.6) is called **Fourier's equation** (or the *heat or diffusion equation*) and governs the temperature distribution  $T(x, y, z, t)$  in a solid. The relevance of the thermal diffusivity can be seen in Fourier's equation: when there is no internal heat generation, it is the only physical property that influences temperature changes in the solid. The thermal diffusivity is the ratio of thermal conductivity to a volumetric heat capacity: the larger  $\alpha$ , the faster temperature changes will propagate through the solid.

For a timewise steady state,  $\partial/\partial t = 0$ , and Eq. (3.5) reduces to *Poisson's equation*:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = - \frac{\dot{Q}_v'''}{k}$$
 (3.7)

Table 6.5 Values of  $\lambda T$  at specified values of the external and internal fractions of blackbody radiation [2].

$f$	$\Delta f$	$\sum \Delta f$	$(\lambda T)_e \times 10^{-4}$ $\mu\text{m K}$	$(\lambda T)_i \times 10^{-4}$ $\mu\text{m K}$	$f$	$\Delta f$	$\sum \Delta f$	$(\lambda T)_e \times 10^{-4}$ $\mu\text{m K}$	$(\lambda T)_i \times 10^{-4}$ $\mu\text{m K}$
0.0025	0.005	0.005	0.1230	0.1073	0.51	0.02	0.52	0.416	0.326
0.0075	0.005	0.010	0.1395	0.1209	0.53	0.02	0.54	0.428	0.334
0.0125	0.005	0.015	0.1495	0.1291	0.55	0.02	0.56	0.440	0.342
0.0175	0.005	0.02	0.1573	0.1352	0.57	0.02	0.58	0.453	0.351
0.025	0.01	0.03	0.1662	0.1423	0.59	0.02	0.60	0.467	0.361
0.035	0.01	0.04	0.1762	0.1501	0.61	0.02	0.62	0.482	0.371
0.045	0.01	0.05	0.1848	0.1565	0.63	0.02	0.64	0.497	0.382
0.055	0.01	0.06	0.1922	0.1625	0.65	0.02	0.66	0.513	0.393
0.07	0.02	0.08	0.202	0.1701	0.67	0.02	0.68	0.531	0.405
0.09	0.02	0.10	0.214	0.1791	0.69	0.02	0.70	0.550	0.417
0.11	0.02	0.12	0.225	0.1874	0.71	0.02	0.72	0.570	0.430
0.13	0.02	0.14	0.235	0.1949	0.73	0.02	0.74	0.593	0.446
0.15	0.02	0.16	0.245	0.202	0.75	0.02	0.76	0.616	0.462
0.17	0.02	0.18	0.254	0.209	0.77	0.02	0.78	0.642	0.479
0.19	0.02	0.20	0.263	0.216	0.79	0.02	0.80	0.671	0.498
0.21	0.02	0.22	0.272	0.222	0.81	0.02	0.82	0.704	0.521
0.23	0.02	0.24	0.281	0.229	0.83	0.02	0.84	0.741	0.546
0.25	0.02	0.26	0.290	0.235	0.85	0.02	0.86	0.783	0.574
0.27	0.02	0.28	0.299	0.242	0.87	0.02	0.88	0.825	0.609
0.29	0.02	0.30	0.308	0.248	0.89	0.02	0.90	0.899	0.653
0.31	0.02	0.32	0.317	0.255	0.91	0.02	0.92	0.982	0.690
0.33	0.02	0.34	0.326	0.261	0.93	0.02	0.94	1.090	0.774
0.35	0.02	0.36	0.335	0.268	0.945	0.01	0.95	1.200	0.846
0.37	0.02	0.38	0.344	0.275	0.955	0.01	0.96	1.298	0.909
0.39	0.02	0.40	0.353	0.281	0.965	0.01	0.97	1.433	0.997
0.41	0.02	0.42	0.363	0.288	0.975	0.01	0.98	1.63	1.123
0.43	0.02	0.44	0.373	0.295	0.9825	0.005	0.985	1.87	1.28
0.45	0.02	0.46	0.384	0.303	0.9875	0.005	0.990	2.22	1.43
0.47	0.02	0.48	0.394	0.310	0.9925	0.005	0.995	2.56	1.70
0.49	0.02	0.50	0.405	0.318	0.9975	0.005	1.000	7.34	2.49