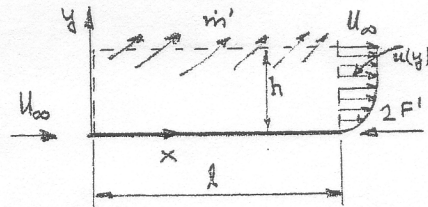


1. Kuva esittää tasolevyä, jonka pinnalla rajakerros on turbulenti. Levyyn virtauksesta vaikuttava voima voidaan laskea, jos nopeusprofiili tiedetään soveltamalla kontrollipintaan yleisiä yhtälöitä.

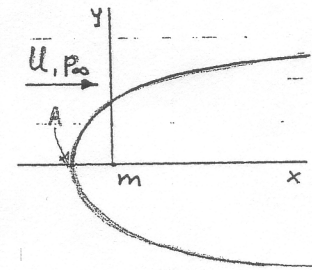


a) Osoita, että kontrollipinnan yläosasta poistuva massavirta $m' = \rho \int_0^h (u_{\infty} - u) dy$

b) Johda voiman lauseke $F' = \rho \int_0^h u (u_{\infty} - u) dy$

c) Edellisen kohdan tulos saadaan myös toisin laskemalla virtauksesta syntyvä leikkausjännitys. Mikä on F' , jos $U_{\infty} = 30 \text{ m/s}$, $l = 1 \text{ m}$, $\nu = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Helpoimmin tuloksen saa käyttämällä sivun 13 käyrästä.

2. Ns. puolikappale saadaan laskemalla yhteen yhden-suuntainen virtaus ja origoon sijoitettu lähde, jonka tuotto $q = 2\pi m$.



a) Mikä on syntyneen virtauksen kompleksinen nopeuspotentiaali?

b) Mikä on virtafunktion lauseke?

c) Mikä on virtafunktion arvo kappaleen pinnalla? Sen saa parhaiten asettamalla nopeuden patopisteessä $A = 0$.

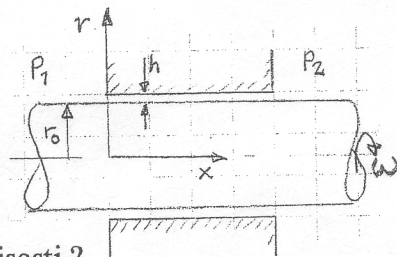
d) Millä tavalla saadaan painejakautuma kappaleen pinnalla?

3. Kuva esittää akselia, joka pyörii kulmanopeudella ω samankeskisessä raossa. Raon yli vallitsee paine-ero $P_1 - P_2$.

a) Mitkä ovat täysin kehittyneitä virtausta raossa hallitsevat diff.yhtälöt reunaehtoineen?

b) Minkä muodon yhtälöt saavat, jos raon korkeus $h \ll r_0$? Yhtälöt kannattaa kirjoittaa karteesisissa koordinaatistossa.

c) Voidaanko edellisen kohdan yhtälöt ratkaista analyyttisesti?



4. Sileässä putkessa, halkaisija $d = 0,1 \text{ m}$, virtaa vettä. Mittauksissa on todettu, että leikkausjännitys seinällä $\tau_s = 125 \text{ N/m}^2$, kun $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

a) Mikä on virtauksen keskinopeus?

b) Mikä on maksiminopeus putken keskellä, jos se lasketaan logaritmisesta nopeusjakautumasta?

c) Mikä on nopeus etäisyydellä $0,1 \text{ mm}$ seinästä?

5. 2-ulotteisen patopisteen lähellä rajakerroksen ulkopuolella nopeus noudattaa kaavaa $U = cx$, jossa c on vakio (katso sivu 10). Tehtävä ratkaistaan integraalimenetelmällä.

a) Muodosta rajakerroksen paksuutta hallitseva diff.yhtälö sijoittamalla tarvittavat tiedot sivun 12 yhtälöön.

b) Edellisen kohdan diff.yhtälö on hiukan hankala ratkaista, mutta jos ratkaisu löytyy, sen mukaan $\delta = \text{vakio}$. Tämän tuloksen saa myös muulla tavalla. Miten?