TTKK/Koneosasto VK1/23610/00S

Teknillinen mekaniikka

23610 YLEINEN ELEMENTTIMENETELMÄ

Syksy 2000

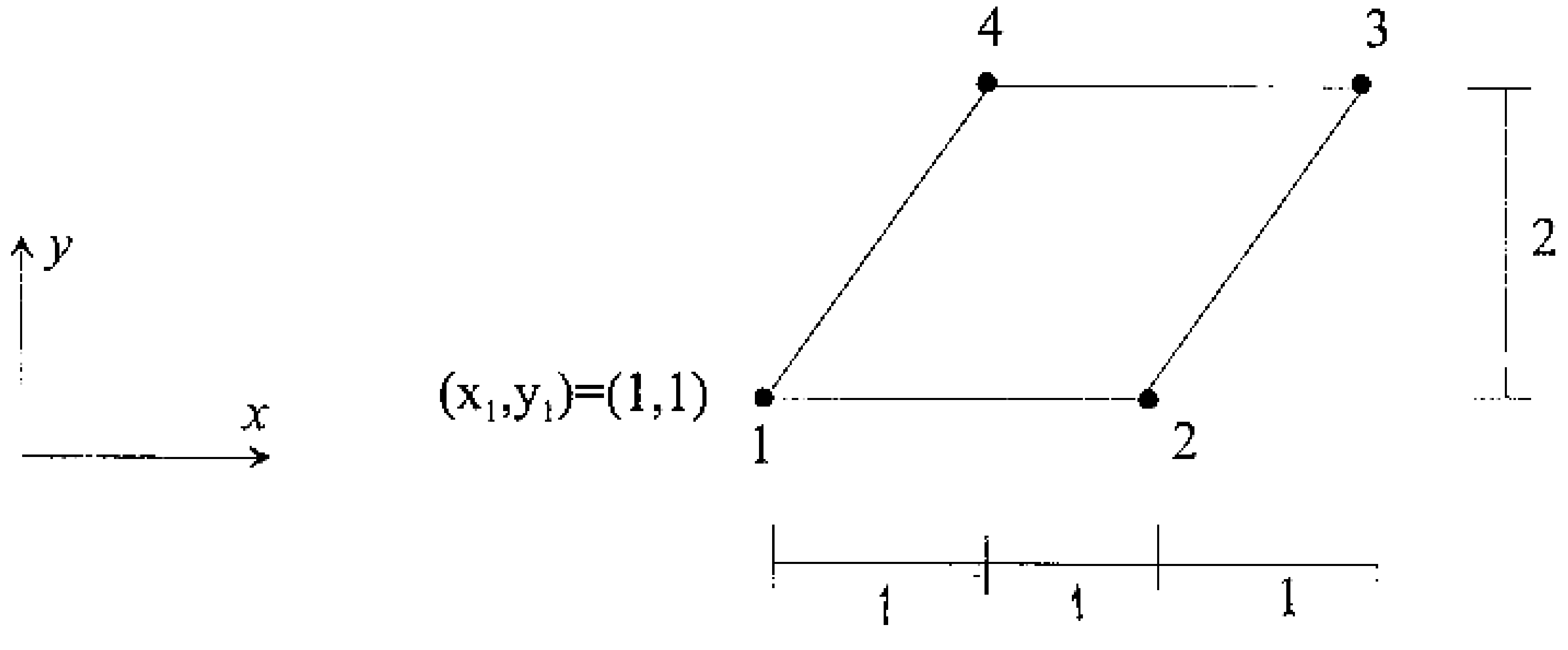
VÄLIKOE I To 26.10.2000 klo 11-13.

1. Johda alla esitetylle differentiaaliyhtälölle FEM-formulaatio, eli määritä differentiaaliyhtälön ratkaisuun sopivan elementin $\mathbf{K}^{(e)}$-matriisi sekä $\mathbf{F}^{(e)}$-vektori yleisessä muodossa. (Muotofunktioita ei siis tarvitse kirjoittaa auki). Elementin solmujen lukumäärän voit päättää itse. Käytä joko Galerkinin painotettujen jäännösten menetelmää tai variaatiomenetelmää. **(5 pist.)**

$$-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^2\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}x}\right)=\alpha x^2; \qquad \phi(a)=A, \quad \phi(b)=B. \qquad \alpha,\ A \text{ ja } B \text{ ovat vakiota.}$$

Miten annetut reunaehdot huomioidaan FEM-formulaatiossa? Miten tilanne muuttuisi, jos vasemman pään reunaehtona olisikin annettu $\frac{d\phi}{dx}(a)=C, \quad (C=vakio)$? **(1 pist.)**

2. Laske derivaattojen $\frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y}, \frac{\partial\phi}{\partial\xi}, \frac{\partial\phi}{\partial\eta}$ arvot alla esitetyn isoparametrisen elementin keskipisteessä (ξ ja η ovat luonnollisia koordinaatteja, jotka saavat arvoja väliltä [-1,1]). FEM-laskennassa on solmuarvoiksi saatu ϕ_1=0.0, ϕ_2=4.0, ϕ_3=2.0 ja ϕ_4=1.0. Piirrä kuva FEM-ratkaisusta, ja arvioi sen avulla laskemiesi derivaattojen oikeellisuutta. **(5 pist.)**



Arvioi lisäksi, onko elementti liian vääristynyt käytettäväksi kentän mallinnuksessa. **(1 pist.)**