

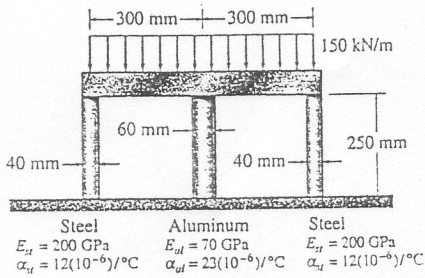
Tampereen teknillinen yliopisto
Teknillinen mekaniikka ja optimointi
23580 LÄMPÖJÄNNITYKSET JA VIRUMINEN

tentti

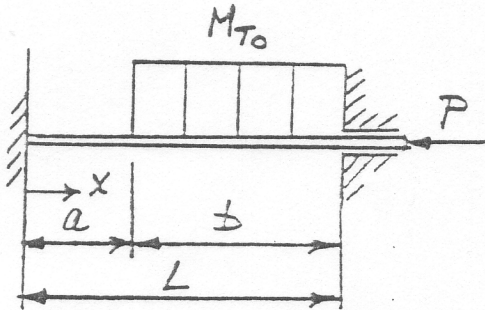
8.5.2003

Esa Murtola

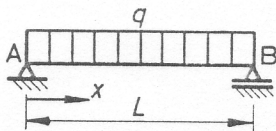
Mukana saa olla laskin, taulukkokirja, kirjoitusvälineet, ei muuta materiaalia



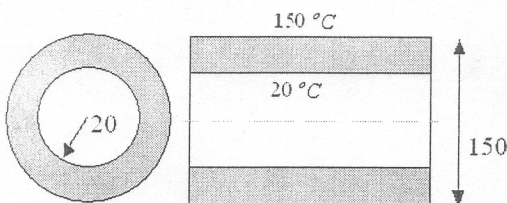
Jäykäksi oletettu palkki on kolmen sauvan päällä, joista reunimmaisets ovat terästä ja keskimmäinen alumiinia. Sauvojen poikkileikkaus on ympyrä. Laske sauvojen jännitykset, kun rakenteen lämpötila kasvaa 80°C jännityksettömästä alkutilasta ja lisäksi palkin päälle asetetaan kuorma 150 kN/m . (muut mitat ja materiaalivakiot selviävät kuvasta.)



2. Oheisen puristustaivutuspalkin EI on vakio. Määritä kuvan mukaista termistä momenttikuormitusta vastaavat $v(x)$ ja $M(x)$


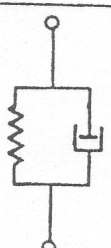


- Ratkaise kuvan Nortonin materiaalimallia noudattavan palkin maksimitaipuma ja palkin suurin normaalijännitys lämpötilassa $T = 500^\circ\text{C}$ t:n arvoilla 5000 h sekä 10000 h, kun $n = 2$, $\sigma_c = 50 \text{ MPa}$, $\tau = 10^7 \text{ h}$, $L = 3 \text{ m}$, $q = 5 \text{ kN/m}$ ja palkin poikkileikkaus on suorakulmio $h = 100 \text{ mm}$ ja $b = 50 \text{ mm}$.



- Kuvassa on päistään lämpöeristetty ympyräsyylinteri, jonka halkaisija $d = 150 \text{ mm}$. Sen sisällä on keskeinen 20 mm säteinen reikä. Kun sylinterin seinän sisälämpötila on 20°C ja ulkolämpötila on 150°C , niin laske sylinterin lämpötila seinämän puolessa välissä. Kuinka paljon se poikkeaa lineaarisesta approksimaatiosta.

TABLE 2.2
Viscoelastic Materials

Model	Name	Differential equation		Creep compliance $J(t)$	Relaxation modulus $Y(t)$	Complex compliance	
		Differential equation	Inequalities			Real part $G_1(\omega)$	Imaginary part $G_2(\omega)$
	Maxwell fluid	$\sigma + p_1 \dot{\sigma} = q_1 \dot{\epsilon}$		$(p_1 + t)q_1$	$\frac{q_1}{p_1} e^{-t/p_1}$	$\frac{p_1}{q_1}$	$-\frac{1}{q_1 \omega}$
	Kelvin solid	$\sigma = q_0 \epsilon + q_1 \dot{\epsilon}$		$\frac{1}{q_0} (1 - e^{-\lambda t}), \lambda = \frac{q_1}{q_0}$	$q_0 + q_1 \delta(t)$	$\frac{q_0}{q_0^2 + q_1^2 \omega^2}$	$-\frac{q_1 \omega}{q_0^2 + q_1^2 \omega^2}$

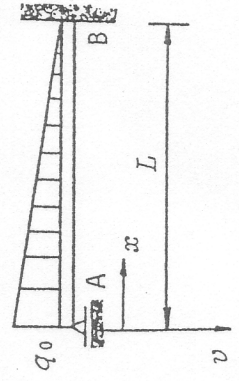
$$i p \frac{dp}{p} (1-i) \int_0^{\infty} + (i) \int_0^{\infty} = (i) \int_0^{\infty}$$

$$N_0(x, t) = E N_0(x) \left[f(0+) \cdot \gamma(t) + \int_{0+}^t \gamma(t-t') \frac{df(t')}{dt'} dt' \right]$$

$$N_0(x, t) = E N_0(x) \left[f(x) \cdot \gamma(0+) + \int_{0+}^x f(t') \frac{d\gamma(t-t')}{d(t-t')} dt' \right]$$

$$N_0(x, t) = E N_0(x) \int_{-\infty}^{\infty} \gamma(t-t') df(t')$$

$$i p \frac{dp}{p} (1-i) \int_0^{\infty} + (i) \int_0^{\infty} = (i) \int_0^{\infty}$$



$$A = \frac{11}{40} q_0 L \quad B = \frac{9}{40} q_0 L$$

$$M_B = -\frac{113}{120} q_0 L^2$$

$$M(x) = -\frac{1}{120} q_0 L^2 \left[33 \frac{x}{L} + 60 \left(\frac{x}{L} \right)^2 + 20 \left(\frac{x}{L} \right)^3 \right]$$

$$M_{\min} = M(L) = -\frac{113}{120} q_0 L^2$$

$$v(x) = \frac{q_0 L^4}{240 EI} \left[3 \frac{x}{L} - 11 \left(\frac{x}{L} \right)^3 + 10 \left(\frac{x}{L} \right)^4 - 2 \left(\frac{x}{L} \right)^5 \right]$$

$$v_{\max} \approx v(0,4025 L) = 0,003049 \frac{q_0 L^4}{EI}$$

$$v'_A = \frac{q_0 L^3}{80 EI} \quad v'_B = 0$$

Puristustaivutuksen peruskaavat

$$M = -P/k^2 \cdot v_{,xx} - M_T \quad V = M_{,x} - Pv_{,x} \quad k^2 = P/(EI)_r$$

$$v(x) = \int A_v \langle f_v(x - a_v) \rangle_{a_v} \quad P \text{ \& } (EI)_r \text{ vakioita}$$

	Kuormitukset	Siirtymätermi $A_v \langle f_v(x - a_v) \rangle$
1	<p>Siirtymäkuormitus</p>	$\Delta v \langle 1 \rangle_a$
2	<p>Suuntakuormitus</p>	$\frac{\Delta v'}{k} \langle \sin k(x-a) \rangle$
3	<p>Momenttikuormitus</p>	$\frac{M_0}{P} \langle 1 - \cos k(x-a) \rangle$
4	<p>Voimakuormitus</p>	$\frac{F_0}{Pk} \langle k(x-a) - \sin k(x-a) \rangle$
5	<p>Tasainen kuormitus</p>	$\frac{q_0}{Pk^2} \langle \frac{1}{2} [k(x-a)]^2 - [1 - \cos k(x-a)] \rangle$
6	<p>Kolmiokuormitus</p>	$\frac{q_0/b}{Pk^3} \langle \frac{1}{6} [k(x-a)]^3 - [k(x-a) - \sin k(x-a)] \rangle$
7	<p>Tasainen term. mom.</p>	$\frac{-M_{T0}}{P} \langle 1 - \cos k(x-a) \rangle$
8	<p>Kolmiom. term. mom.</p>	$\frac{-M_{T0}/b}{Pk} \langle k(x-a) - \sin k(x-a) \rangle$

NORTONin materiaalin elastoinen vääntöminen

$$\epsilon \approx \epsilon^c = \text{sgn } \sigma \cdot \left| \frac{\sigma}{\sigma_*} \right|^m$$

$$\sigma_* = \sigma_c \left(\frac{1}{2} \right)^{-1/m}$$

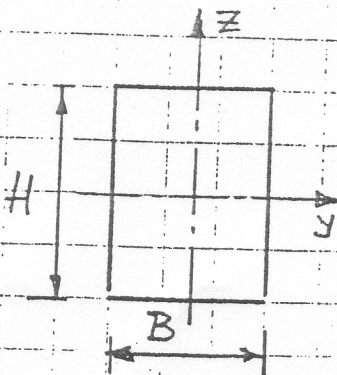
KAKSOISSYHMETRINEN PALKKI

$$\frac{1}{R} = \text{sgn } M \cdot \left| \frac{M}{\sigma_* I_m} \right|^m$$

$$\sigma = \text{sgn } z \cdot \frac{M}{I_m} |z|^{1/m}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{|M|}{k_{\text{tm}}}$$

$$I_m = 2 \int_{A/2} z^{1+1/m} dA \quad k_{\text{tm}} = \frac{I_m}{e^{1/m}}$$



$$I_m = 2B \frac{(H/2)^{2+1/m}}{2+1/m}$$

$$k_{\text{tm}} = \frac{BH^2}{2(2+1/m)}$$