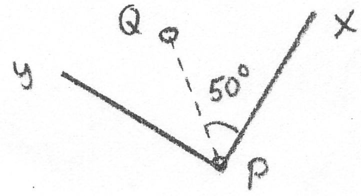
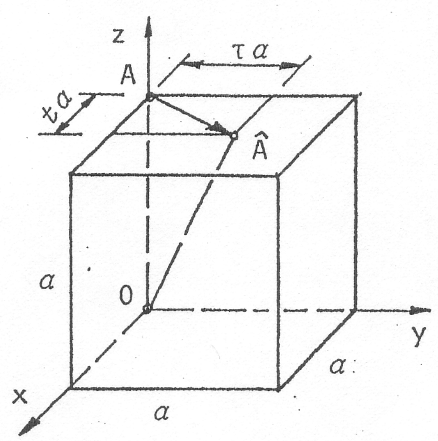
TTY/Teknillinen mekaniikka ja optimointi

23520 LUJUUSOPIN PERUSTEET II

Välikoe 2 /2003S 17.10.2003



1. Lentokoneen siiven pinnan kaksi pistettä P ja Q (oheisessa kuvassa) ovat 2 mm etäisyydellä toisistaan, kun siipi on kuormittamaton. Eräässä lennon vaiheessa mitattiin pisteiden väliseksi etäisyydeksi 1,992 mm. Mikä on liukuma γ_{xy} pisteessä P, kun $\varepsilon_x = -0{,}0088$ ja $\varepsilon_y = 0{,}0024$.



2. Kuution, jonka sivun pituus on a, deformoituessa sen pystysärmä OA kääntyy alapäänsä O ympäri, mutta yläpää A säilyttää korkeutensa $z = a$ ja siirtyy kuvan mukaisesti pisteeseen $\hat{A}$. Kuution kaikki pystyjanat käyttäytyvät samalla tavalla.

a) Kirjoita kyseisen siirtymäkentän komponenttien u, v, w lausekkeet ja muodosta siirtymägradientin matriisi $[D]$.

b) Määritä linearisoidun kinematiikan muodonmuutostilan ja paikallisen rotaation matriisit $[V]$ ja $[\Omega]$.

c) Laske kuution lävistäjän OB venymä ε sekä linearisoidun että epälineaarisen teorian mukaisesti.

d) Laske linearisoidun teorian lävistäjän venymälle ε antaman likiarvon virhe, kun $t = 0{,}01$ ja $\tau = 0{,}02$.

KAAVOJA

$$l_i = \frac{A_i}{R_i},\quad m_i = \frac{B_i}{R_i},\quad n_i = \frac{C_i}{R_i}\qquad A_i = \begin{vmatrix} \varepsilon_y - \varepsilon_i & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z - \varepsilon_i \end{vmatrix}\qquad B_i = -\begin{vmatrix} \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z - \varepsilon_i \end{vmatrix}$$

$$C_i = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yy} - \varepsilon_i & \varepsilon_{yz} \end{vmatrix}\qquad R_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2}\qquad \varepsilon^3 - I_1\varepsilon^2 + I_2\varepsilon - I_3 = 0\qquad (1+\varepsilon)^2 = (\{e\} + [D]\{e\})^2$$

$$\varepsilon_{x'} = \varepsilon_x l^2 + \varepsilon_y m^2 + \varepsilon_z n^2 + 2\varepsilon_{xy} lm + 2\varepsilon_{yz} mn + 2\varepsilon_{xz} \ln\qquad \varepsilon = \{e\}^T[V]\{e\}\qquad \gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy}$$

$$J_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z\qquad J_2 = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{vmatrix}\qquad J_3 = \det[V]$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2}\qquad \tan 2\varphi = \frac{2\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}\qquad \varepsilon_{xy}\sin 2\varphi \geq 0$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{x,yy} + \varepsilon_{y,xx} = \gamma_{xy,xy} \\ \varepsilon_{y,zz} + \varepsilon_{z,yy} = \gamma_{yz,yz} \\ \varepsilon_{z,xx} + \varepsilon_{x,zz} = \gamma_{zx,zx} \end{cases}$$

$$\varepsilon_x = u_{,x}\qquad \varepsilon_y = v_{,y}\qquad \varepsilon_z = w_{,z}$$

$$\gamma_{xy} = u_{,y} + v_{,x}\qquad \gamma_{zx} = u_{,z} + w_{,x}\qquad \gamma_{yz} = v_{,z} + w_{,y}$$

$$\begin{cases} 2\varepsilon_{x,yz} = \frac{\partial}{\partial x}(-\gamma_{yz,x} + \gamma_{zx,y} + \gamma_{xy,z}) \\ 2\varepsilon_{y,zx} = \frac{\partial}{\partial y}(\gamma_{yz,x} - \gamma_{zx,y} + \gamma_{xy,z}) \\ 2\varepsilon_{z,xy} = \frac{\partial}{\partial z}(\gamma_{yz,x} + \gamma_{zx,y} - \gamma_{xy,z}) \end{cases}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} u_{,x} & u_{,y} & u_{,z} \\ v_{,x} & v_{,y} & v_{,z} \\ w_{,x} & w_{,y} & w_{,z} \end{bmatrix}\qquad [V] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}\qquad [D] = [V] + [\Omega]$$