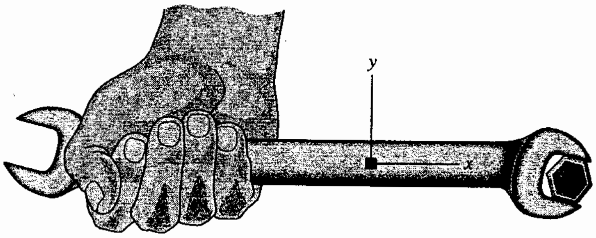
TTY/Teknillinen mekaniikka ja optimointi
TME-2100 Materiaalien mekaniikka

Välikoe 2 / 2007 25.10.2007



1. Kiintoavaimen kuvaan merkityn pisteen muodonmuutoskomponenteiksi on mitattu $\varepsilon_x = 120\mu$, $\varepsilon_y = -180\mu$ ja $\gamma_{xy} = 150\mu$. Määritä muodonmuutostilan päävenymät ja pääliukuma. Määritä myös vastaavat suunnat ja näytä kuinka muodonmuutokset deformoivat neliöelementtejä xy-tasossa.

2. Kuution siirtymäkenttä on $\bar{u} = ky\bar{i}$, missä k on vakio.

a) Määritä vastaava siirtymägradientin matriisi ja sen avulla suuntaan $\bar{e} = l\bar{i} + m\bar{j} + n\bar{k}$ syntyvän venymän tarkka lauseke.

b) Mikä on linearisoidun kinematiikan mukainen vastaava venymä.

c) Laske kuution origosta lähtevän lävistäjän sekä x- ja y-akseleiden suuntaisten särmien tarkat ja linearisoidut venymät sekä linearisoidun venymän suhteellinen virhe, kun $k = 0{,}5$.

KAAVOJA

$$l_i = \frac{A_i}{R_i},\quad m_i = \frac{B_i}{R_i},\quad n_i = \frac{C_i}{R_i}\quad A_i = \begin{vmatrix} \varepsilon_y - \varepsilon_i & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z - \varepsilon_i \end{vmatrix}\quad B_i = -\begin{vmatrix} \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z - \varepsilon_i \end{vmatrix}$$

$$C_i = \begin{vmatrix} \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yy} - \varepsilon_i & \varepsilon_{yz} \end{vmatrix}\quad R_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2}\quad \varepsilon^3 - J_1\varepsilon^2 + J_2\varepsilon - J_3 = 0\quad (1+\varepsilon)^2 = (\{e\} + [D]\{e\})^2$$

$$\varepsilon_{x'} = \varepsilon_x l^2 + \varepsilon_y m^2 + \varepsilon_z n^2 + 2\varepsilon_{xy} lm + 2\varepsilon_{yz} mn + 2\varepsilon_{xz} \ln \qquad \varepsilon = \{e\}^T[V]\{e\}\quad \gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy}$$

$$\varepsilon_{x'} = \frac{1}{2}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y)\cos 2\theta + \varepsilon_{xy}\sin 2\theta \qquad \varepsilon_{x'y'} = -\frac{1}{2}(\varepsilon_x - \varepsilon_y)\sin 2\theta + \varepsilon_{xy}\cos 2\theta$$

$$J_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \qquad J_2 = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{vmatrix} \qquad J_3 = \det[V]$$

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2}\right)^2 + \varepsilon_{xy}^2} \qquad \tan 2\varphi = \frac{2\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \qquad \varepsilon_{xy}\sin 2\varphi \ge 0 \qquad \gamma_{\max} = \varepsilon_{\mathrm{I}} - \varepsilon_{\mathrm{III}}$$

$$\varepsilon_x = u,_x \qquad \varepsilon_y = v,_y \qquad \varepsilon_z = w,_z$$

$$\gamma_{xy} = u,_y + v,_x \qquad \gamma_{zx} = u,_z + w,_x \qquad \gamma_{yz} = v,_z + w,_y$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{x},_{yy} + \varepsilon_{y},_{xx} = \gamma_{xy},_{xy} \\ \varepsilon_{y},_{zz} + \varepsilon_{z},_{yy} = \gamma_{yz},_{yz} \\ \varepsilon_{z},_{xx} + \varepsilon_{x},_{zz} = \gamma_{zx},_{zx} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2\varepsilon_{x},_{yz} = \dfrac{\partial}{\partial x}(-\gamma_{yz},_x + \gamma_{zx},_y + \gamma_{xy},_z) \\ 2\varepsilon_{y},_{zx} = \dfrac{\partial}{\partial y}(\gamma_{yz},_x - \gamma_{zx},_y + \gamma_{xy},_z) \\ 2\varepsilon_{z},_{xy} = \dfrac{\partial}{\partial z}(\gamma_{yz},_x + \gamma_{zx},_y - \gamma_{xy},_z) \end{cases} \qquad [D] = \begin{bmatrix} u,_x & u,_y & u,_z \\ v,_x & v,_y & v,_z \\ w,_x & w,_y & w,_z \end{bmatrix} \qquad [V] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & \varepsilon_{zy} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$