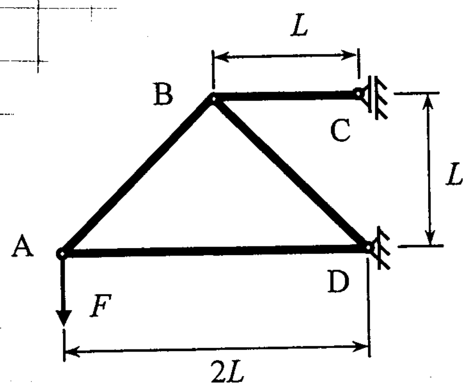



1. Tasoristikon kaikkien poikkileikkaukseltaan pyöreiden sauvojen poikkipinta-ala on 500 mm$^2$. Materiaalina on teräs S355 ($E = 210$ GPa ja $\nu = 0,3$). Sauvan BC pinnalle on liimattu venymäliuska siten, että sillä voidaan mitata sauvan kokema pituussuuntainen venymä. $L = 1$ m.

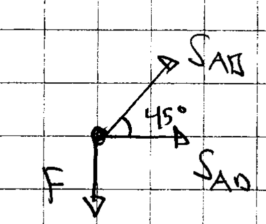
   a) Laske voiman $F$ arvo, kun rasitetuimman sauvan varmuusluku myötämisen suhteen on 1,5. Sauvojen mahdollista nurjahdusta ei huomioida.

   b) Miten suurta venymän arvoa sauvan BC venymäliuska näyttää kohdan a) voimalla?

   c) Paljonko sauvan BC poikkileikkauksen halkaisija $d$ muuttuu kuormituksen seurauksena?

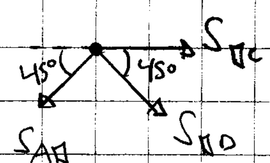
## Ratkaisu:

a)




$\uparrow \quad S_{AB}\sin 45° - F = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{AB} = \sqrt{2}F$

$\rightarrow \quad S_{AD} + S_{AB}\cos 45° = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{AD} = -F$




$\uparrow \quad -S_{AB}\sin 45° - S_{BD}\sin 45° = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{BD} = -\sqrt{2}F$

$\rightarrow \quad -S_{AB}\cos 45° + S_{BD}\cos 45° + S_{BC} = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{BC} = 2F$

Sauva BC on rasitetuin.

$\boxed{n = \dfrac{R_e}{\sigma_{sau}}} \quad \boxed{\sigma = \dfrac{N}{A}} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{R_e}{n} = \dfrac{S_{BC}}{A} = \dfrac{2F}{A}$

$\Rightarrow \quad \underline{F = \dfrac{AR_e}{2n}} = \underline{59,17 \text{ kN}}$

b)

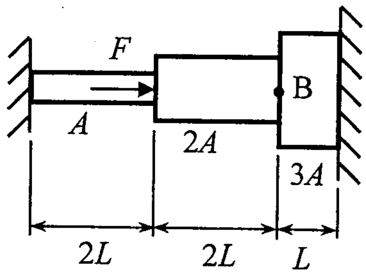
$\boxed{\varepsilon = \dfrac{\Delta L}{L}} \quad \boxed{\Delta L = \dfrac{NL}{EA}} \quad \Rightarrow \quad \underline{\varepsilon = \dfrac{S_{BC}}{EA} = \dfrac{2F}{EA}} = \underline{1127\,\mu}$

c)

$\boxed{\nu = -\dfrac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon}} \quad \boxed{\varepsilon_\perp = \dfrac{\Delta d}{d}} \quad \Rightarrow \quad \underline{\Delta d} = -\nu\varepsilon d = -\nu\varepsilon\sqrt{\dfrac{4A}{\pi}}$

$= \underline{-0,0085 \text{ mm}}$

2. Kuvan mukaista alumiinista ($E = 70$ GPa) tehtyä sauvarakennetta kuormitetaan voimalla $F = 75$ kN. $A = 150$ mm$^2$ ja $L = 100$ mm.



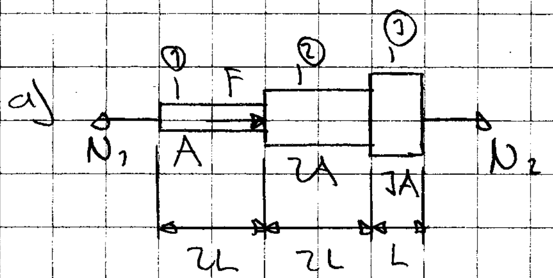

a) Piirrä systeemin normaalivoimakuvio.

b) Määritä eri osien jännitysten suuruudet.

c) Laske pisteen B siirtymä.

Ratkaisu:

a)




$\rightarrow \quad -N_1 + F + N_2 = 0$

$\Rightarrow \quad N_2 = N_1 - F$

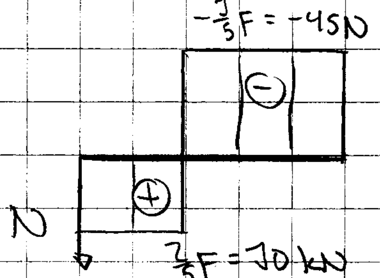
Osan ① normaalivoima $N_1$

Osien ② ja ③ normaalivoima $N_2$

$$\boxed{\Delta L = \frac{NL}{EA}} \Rightarrow \Delta L_{tot} = \frac{N_1 \cdot 2L}{EA} + \frac{N_2 \cdot 2L}{E \cdot 2A} + \frac{N_2 L}{E \cdot 3A} = 0$$

$$\Rightarrow 2N_1 + (N_1 - F) + \frac{1}{3}(N_1 - F) = 0$$

$$\Rightarrow N_1 = \frac{2}{5}F \quad \text{ja siten} \quad N_2 = -\frac{3}{5}F$$




b)

$$\boxed{\sigma = \frac{N}{A}} \Rightarrow$$

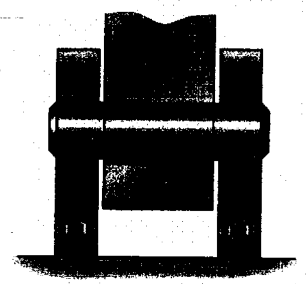
Osa ① $\sigma^1 = N_1/A = 200{,}0$ MPa

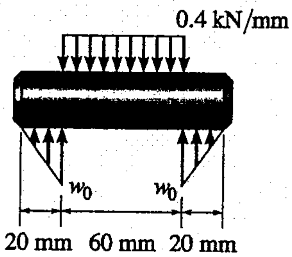
Osa ② $\sigma^2 = N_2/2A = -150{,}0$ MPa

Osa ③ $\sigma^3 = N_2/3A = -100{,}0$ MPa

c) Osa ③ lyhenee. $\Delta L_3 = \frac{N_2 L}{E \cdot 3A} = \frac{-FL}{5EA} \approx -0{,}143$ mm

$\Rightarrow$ Piste B siirtyy 0,143 mm oikealle.






3. Vetotangon pää on kiinnitetty rungon korvakkeisiin oheisella tappiliitoksella. Vetotangon normaalivoimasta aiheutuu poikkileikkaukseltaan pyöreään tappiin kuvan mukainen tasainen viivakuormitus 0,4 kN/mm. Oletetaan, että korvakkeista puolestaan kohdistuu tappiin symmetrisesti kolmiomaiset viivakuormitukset. Materiaalina on teräs S355, jolle oletetaan leikkausmyötörajan olevan $\tau_s = 0{,}6R_e$.

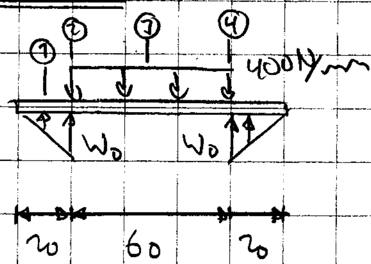
   a) Kuinka suuria ovat itseisarvoltaan suurin leikkausvoima ja taivutusmomentti?

   b) Kuinka suuri tapin halkaisijan *d* tulisi olla, jotta keskimääräinen leikkausjännitys ei ylitä leikkausmyötörajaa varmuudella 1,5?

   c) Kuinka suuri tapin halkaisijan tulisi olla, jotta taivutusjännitys ei ylitä myötörajaa varmuudella 1,5?

Ratkaisu:

a)




$\uparrow \quad \frac{1}{2}\cdot 20\cdot W_0 - 400\cdot 60 + \frac{1}{2}\cdot 20\cdot W_0 = 0 \Rightarrow W_0 = 1200$ N/mm

$\uparrow$ ① $Q = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot \frac{W_0}{2} = 3000$ N

$\uparrow$ ② $Q = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot W_0 = 12000$ N

$\uparrow$ ③ $Q = 12000\,N - 400\cdot 30 = 0$

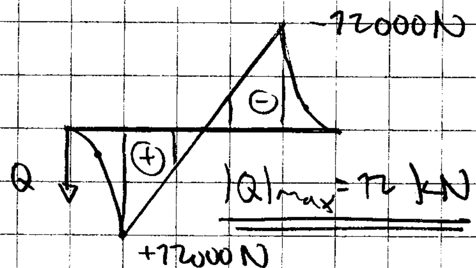
④ $\downarrow$ $Q = -\frac{1}{2}\cdot 20\cdot W_0 = -12000$ N

① $M_t = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot \frac{W_0}{2}\cdot \frac{1}{3}\cdot 10 = 10000$ Nmm

② $M_t = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot W_0\cdot \frac{1}{3}\cdot 20 = 80000$ Nmm

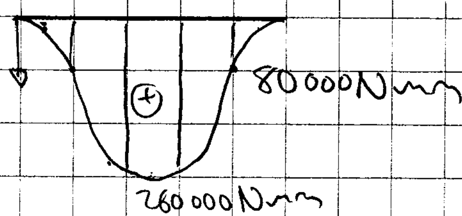
③ $M_t = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot W_0\left(\frac{1}{3}\cdot 20 + 30\right) - 400\cdot 30\cdot \frac{1}{2}\cdot 30 = 260\,000$ Nmm

④ $M_t = -\frac{1}{2}\cdot 20\cdot W_0\cdot \frac{1}{3}\cdot 20 = 80000$ Nm




$|Q|_{max} = 12$ kN

$M_{t,max} = 260$ Nm



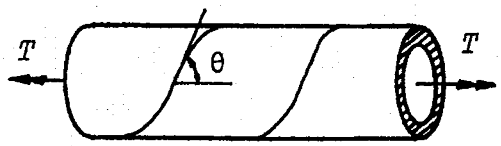

b) $\boxed{\tau = \frac{Q}{A}}$ $\boxed{n = \frac{\tau_s}{\tau_{sall}}}$ $\Rightarrow \frac{\tau_s}{n} = \frac{Q}{A} = \frac{|Q|_{max}}{\frac{\pi}{4}d^2}$

$\Rightarrow d = \sqrt{\frac{4n|Q|_{max}}{\pi\,\tau_s}} = 10{,}37$ mm

c) $\boxed{\tau = \frac{M_t}{W}}$ $\boxed{W = \frac{\pi}{4}r^3}$ $\boxed{n = \frac{R_e}{\tau_{sall}}}$

$d = 22{,}37$ mm

$\Rightarrow \frac{R_e}{n} = \frac{M_{t,max}}{\frac{\pi}{4}r^3} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{4n M_{t,max}}{\pi R_e}} = 11{,}18$ mm




4. Poikkileikkaukseltaan pyöreä putki (ulkohalkaisija 120 mm ja seinämän paksuus 5 mm) on valmistettu hitsaamalla teräsnauhasta niin, että ruuviviivan muotoinen hitsisauma muodostaa kulman $\theta = 60°$ putken suuntaisen suoran suhteen. Putkea rasittaa vääntömomentti $T$.

   a) Kuinka suuri $T$ voi olla, jos putken teräksen suurin sallittu leikkausjännitys on 150 MPa?

   b) Kuinka suuri $T$ voi olla, jos hitsisauman suurin sallittu leikkausjännitys on 65 MPa ja normaalijännitys 100 MPa?

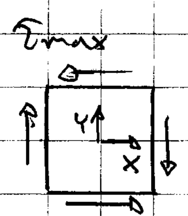
Ratkaisu:

a) $\boxed{\tau_{max} = \frac{T}{W_v}}$ $\boxed{W_v = \frac{\pi D^3}{16}\left[1-\left(\frac{d}{D}\right)^4\right]}$ $d = D - 2t$

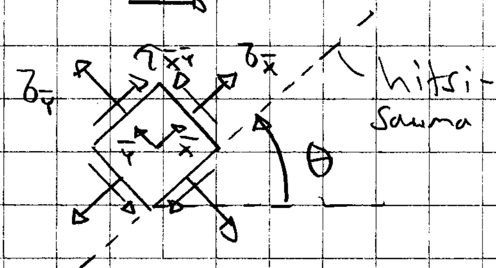
$$\Rightarrow \quad T_{sall} = \tau_{sall}\frac{\pi D^3}{16}\left[1-\left(\frac{D-2t}{D}\right)^4\right] = 14{,}96 \text{ kNm}$$

b) $$\tau_{max} = \frac{16\,T}{\pi D^3\left[1-\left(\frac{D-2t}{D}\right)^4\right]}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\sigma_{\bar{x}} &= \sigma_x\cos^2\alpha + \sigma_y\sin^2\alpha + 2\tau_{xy}\sin\alpha\cos\alpha\\ \tau_{\bar{x}\bar{y}} &= -(\sigma_x-\sigma_y)\sin\alpha\cos\alpha + \tau_{xy}(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)\end{aligned}}$$




$\sigma_{\bar{y}}$ hitsisauman normaalijännitys
$\tau_{\bar{x}\bar{y}}$ " leikkaus




$$\left.\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_y = 0\\ \tau_{xy} &= -\tau_{max}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned}\sigma_{\bar{x}} &= -2\tau_{max}\sin\theta\cos\theta\\ \tau_{\bar{x}\bar{y}} &= -\tau_{max}(\cos^2\theta-\sin^2\theta)\\ \sigma_{\bar{y}} &= \sigma_{\bar{x}}(\theta+90°)\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_{sall} = \sigma_{\bar{y}} \quad \Leftrightarrow \quad \sigma_{sall} = \frac{-32T\sin(\theta+90°)\cos(\theta+90°)}{\pi D^3\left[1-\left(\frac{D-2t}{D}\right)^4\right]}$$

$$\Rightarrow \quad T = 11{,}52 \text{ kNm}$$

$$\tau_{sall} = \tau_{\bar{x}\bar{y}} \quad \Leftrightarrow \quad \tau_{sall} = \frac{-16T(\cos^2\theta-\sin^2\theta)}{\pi D^3\cdot\left[1-\left(\frac{D-2t}{D}\right)^4\right]}$$

$$\Rightarrow \quad T = 12{,}96 \text{ kNm}$$

$$T_{sall} = 11{,}52 \text{ kNm}$$