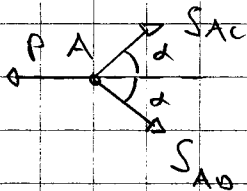


1. Sauva CD, jonka pituus on 500 mm ja materiaali terästä S275, on kiinnitetty päistään neljään vaijeriin, joita vedetään sivusuunnassa voimilla  $P = 50$  kN. Sauvan materiaalin kimmomoduli on 205 GPa ja vaijerien 190 GPa. Sauvan ja vaijerien poikkileikkaukset ovat ympyröitä ja kuvan mitat ovat millimetrejä.

- Laske jännitys vaijerissa AC ja sauvassa CD.
- Mikä on sauvan CD varmuusluku myötämisen suhteen?
- Kuinka suuri on vaijerin AC pituuden muutos ja sauvan CD venymä?
- Laske pisteen A siirtymän suuruus vaakasuunnassa.

a)

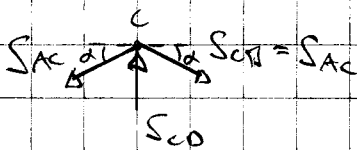


$$\tan \alpha = \frac{250}{1000} \Rightarrow \alpha = 14,036^\circ$$

$$S_{AC} = S_{BC} \Rightarrow -P + 2S_{AC} \cos \alpha = 0$$

$$\Rightarrow S_{AC} = \frac{P}{2 \cos \alpha} = 25,77 \text{ kN vetoa}$$

$$\underline{\underline{\sigma_{AC} = \frac{S_{AC}}{A_{AC}} = \frac{S_{AC}}{\frac{\pi d_{AC}^2}{4}} = \frac{4S_{AC}}{\pi d_{AC}^2} = 328,7 \text{ MPa}}}$$



$$\uparrow -2S_{AC} \sin \alpha + S_{CD} = 0$$

$$\Rightarrow S_{CD} = 2S_{AC} \sin \alpha = 12,50 \text{ puristusta}$$

$$\underline{\underline{\sigma_{CD} = \frac{-S_{CD}}{A_{CD}} = \frac{-S_{CD}}{\frac{\pi d_{CD}^2}{4}} = \frac{-4S_{CD}}{\pi d_{CD}^2} = -39,8 \text{ MPa}}}$$

b)

$$\underline{\underline{n_{CD} = \frac{Re}{|\sigma_{CD}|} = \frac{275 \text{ MPa}}{39,8 \text{ MPa}} = 6,9}}$$

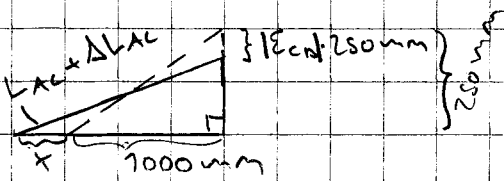
c)

$$\underline{\underline{\Delta L_{AC} = \frac{S_{AC} L_{AC}}{E_{AC} A_{AC}} = \frac{4S_{AC} L_{AC}}{\pi E_{AC} d_{AC}^2} = 1,78 \text{ mm}}}$$

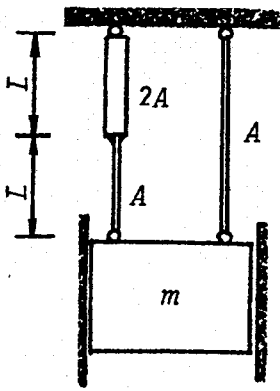
$$L_{AC} = 1030,78 \text{ mm}$$

$$\underline{\underline{\epsilon_{CD} = \frac{\sigma_{CD}}{E_{CD}} = -794 \mu}}$$

d)

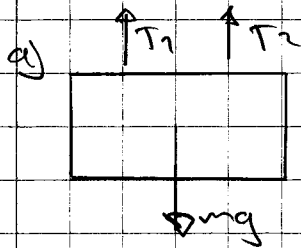


$$\underline{\underline{x = \sqrt{(L_{AC} + \Delta L_{AC})^2 - (250 + \epsilon_{CD} \cdot 250)^2} - 1000 = 1,85 \text{ mm}}}$$

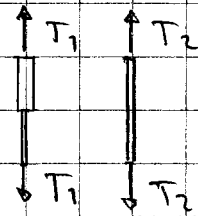


2. Laatikko, jonka massa  $m = 1000 \text{ kg}$ , pääsee liikkumaan vain pystysuunnassa kallistumatta. Laatikko riippuu kahden kuvan mukaisen sauvan varassa.  $A = 500 \text{ mm}^2$ ,  $L = 1,0 \text{ m}$ ,  $E = 200 \text{ GPa}$  ja  $R_e = 240 \text{ MPa}$ .

- Laske molempien kannatinsauvojen varmuusluvut myöhdön suhteen.
- Paljonko laatikko siirtyy oman painonsa johdosta alas päin?



$$\uparrow T_1 + T_2 - mg = 0 \quad (1)$$



Molemmat sauvat kokevat saman pituudenmuutoksen.

$$\Rightarrow \frac{T_1 L}{E \cdot 2A} + \frac{T_2 L}{E \cdot A} = \frac{T_2 \cdot 2L}{EA} \quad | \cdot \frac{L}{EA}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} T_1 = 2T_2 \quad \Rightarrow T_1 = \frac{4}{1} T_2 \quad (2)$$

sis. (2)  $\rightarrow$  (1)  $\Rightarrow \frac{4}{1} T_2 + T_2 = mg$  eli:  $T_2 = \frac{1}{5} mg$   
 $T_1 = \frac{4}{1} mg$

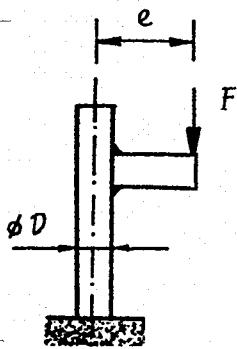
$$\sigma_1 = \max \left\{ \frac{T_1}{A}, \frac{T_1}{2A} \right\} = \frac{4mg}{7A} \quad \Rightarrow \underline{\underline{\sigma_1}} = \frac{R_e}{\sigma_1} = \frac{7A R_e}{4mg} = \underline{\underline{2,74}}$$

$$\sigma_2 = \frac{T_2}{A} = \frac{1mg}{7A} \quad \Rightarrow \underline{\underline{\sigma_2}} = \frac{R_e}{\sigma_2} = \frac{7A R_e}{1mg} = \underline{\underline{2,85}}$$

b)  $\underline{\underline{w}} = \frac{T_2 \cdot 2L}{EA} = \frac{6mgL}{7EA} = \underline{\underline{0,84 \text{ mm}}}$

tai

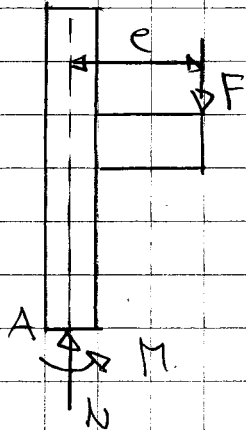
$$w = \frac{T_1 L}{E \cdot 2A} + \frac{T_1 L}{EA} = \frac{3T_1 L}{2EA} = \frac{6mgL}{7EA} = 0,84 \text{ mm}$$



3. Kuvan pilarin poikkileikkaus on ympyrä, jonka halkaisija on  $D$ .

- Piirrä pilarin vapaakappalekuva, kun sen omaa painoa ei huomioida.
- Miten suuri halkaisijan  $D$  tulisi olla, jos  $F = 5 \text{ kN}$ ,  $e = 100 \text{ mm}$  ja materiaalin suurin sallittu normaalijännitys on itseisarvoltaan  $120 \text{ MPa}$ .

a)



$$\uparrow N - F = 0 \Rightarrow N = F$$

$$\curvearrowright Fe - M = 0 \Rightarrow M = Fe$$

b) Pilaria rasittavat normaalivoima ja taivutusmomentti.

$$\sigma_x^{\max} = \frac{-F}{A} + \frac{M}{W} \quad \text{ja} \quad \sigma_x^{\min} = \frac{-F}{A} - \frac{M}{W}$$

$$|\sigma_x^{\min}| > \sigma_x^{\max}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{sall}} = \frac{F}{A} + \frac{M}{W} = \frac{F}{\frac{\pi}{4}d^2} + \frac{Fe}{\frac{\pi}{32}d^3}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi \sigma_{\text{sall}}}{4F} d^3 - d - 8e = 0 \quad (*)$$

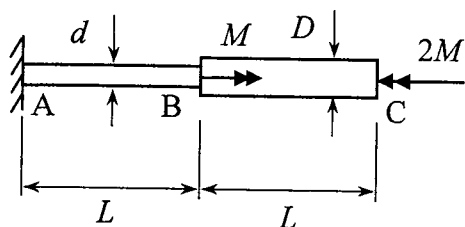
Ratkaistaan  $d$ :n likiarvo kokeilemalla yhtälöstä (\*).

$d$	Oikea puoli	$d$	Oikea puoli
30mm	-0,321 mm	37mm	0,778 mm
50mm	-1,506 mm	36mm	0,043 mm
40mm	0,366 mm	35,5mm	0,008 mm
35mm	-0,027 mm	35,3mm	-0,006 mm

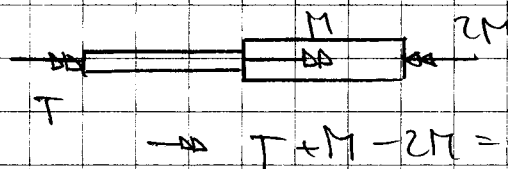
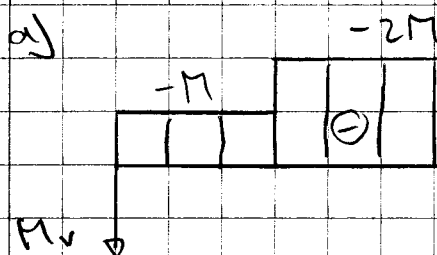
∴  $d \approx 35 \text{ mm}$

(35,389 mm)

4. Oheisen vääntösauvan poikkileikkausympyröiden halkaisijat ovat  $d = 10 \text{ mm}$  ja  $D = 13 \text{ mm}$ . Vääntömomentit  $M$  ja  $2M$  kohdistuvat pisteisiin B ja C.  $M = 17 \text{ Nm}$ ,  $R_e = 240 \text{ MPa}$ ,  $L = 400 \text{ mm}$  ja  $G = 70 \text{ GPa}$ .



- a) Laske sauvan oikean pään C vääntökulma vasempaan päähän A nähden.  
 b) Miten suuri on sauvan varmuusluku myödon suhteen, jos käytetään vakiovääritysmisenergiahypoteesia vertailujännityksen laskemisessa?



$$\rightarrow T + M - 2M = 0 \Rightarrow T = M$$

$$\Delta \varphi = \frac{-ML}{GI_x} + \frac{-2ML}{GI_x} = \frac{-ML}{G \frac{\pi}{32} d^4} + \frac{-2ML}{G \frac{\pi}{32} D^4} = \frac{-32ML}{\pi G} \left( \frac{1}{d^4} + \frac{2}{D^4} \right)$$

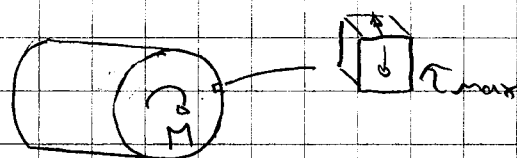
$$= -0,768 \text{ rad eli } 2,64^\circ \text{ myötäpäivään}$$

b) Osa AB  $\sigma_{\max}^{AB} = \frac{M}{W_x^d} = \frac{M}{\frac{\pi}{76} d^3} = \frac{76M}{\pi d^3} = 86,58 \text{ MPa}$

Osa BC  $\sigma_{\max}^{BC} = \frac{2M}{W_x^D} = \frac{2M}{\frac{\pi}{76} D^3} = \frac{76M}{\pi D^3} = 78,82 \text{ MPa}$

$$\Rightarrow \sigma_{\max} = 86,58 \text{ MPa}$$

Osaalla AB poikkileikkauksen reunalla olevat pisteet ovat rasitetyimmät ja niissä on puhdas leikkauksännitilä.



$$\sigma_{\text{vert}} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{vert}} = \sqrt{3\tau_{\max}^2} = \sqrt{3} \tau_{\max}$$

$$n = \frac{R_e}{\sqrt{3} \tau_{\max}} = 1,60$$