

1. Kuvan 60 mm leveään tukeen, jota käytetään värähtelyjen eristämiseen, kohdistuu kuormitus $P = 27$ kN, jolloin levy A painuu jäykkänä alaspäin 2 mm. Levyn A ja rungon väliin on liimattu kumilevyt, joiden materiaalin liukumoduli on 18 MPa. Laske kumilevyjen vähimmäismitat a ja b , kun liimasaumalle sallitaan leik-kausjännitystä enintään 1,5 MPa ja kumille 2,0 MPa. Kumiin oletetaan käyttäytyvän lineaarisesti kimmoisesti.

Ratkaisu:

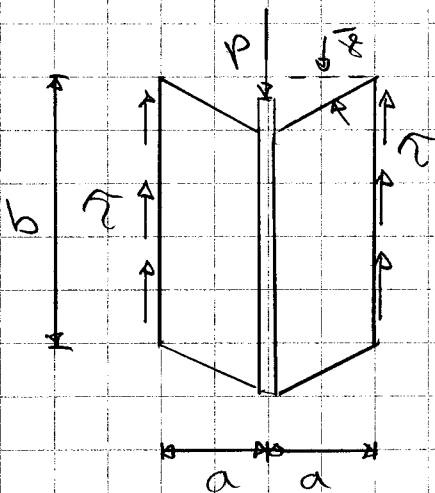
$$P = 27 \text{ kN}$$

$$\Delta = 2 \text{ mm}$$

$$G = 18 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{sall}}^{\text{liima}} = 1,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\text{sall}}^{\text{kumi}} = 2,0 \text{ MPa}$$



$$\uparrow -P + 2\tau \cdot b \cdot 60 \text{ mm} = 0$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{b_{\text{min}}}} = \frac{P}{2\tau_{\text{sall}}^{\text{liima}} \cdot 60 \text{ mm}}$$

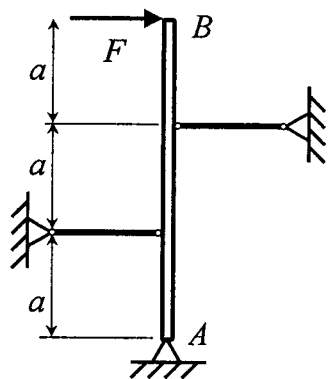
$$= \underline{\underline{750 \text{ mm}}}$$

Liikenkulmaa $\bar{\gamma}$ vastaava absoluuttikulma on kumien liikenma γ .

$$\tan \bar{\gamma} = \frac{\Delta}{a} \approx \bar{\gamma} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{\Delta}{a}$$

$$\tau = G\gamma$$

$$\Rightarrow \tau_{\text{sall}}^{\text{kumi}} = G \frac{\Delta}{a} \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{a_{\text{min}}}} = \frac{G\Delta}{\tau_{\text{sall}}^{\text{kumi}}} = \underline{\underline{78 \text{ mm}}}$$

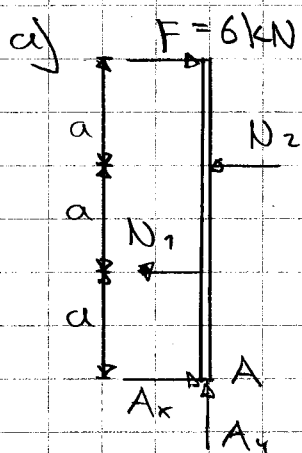


2. Jäykkä palkki AB on tuettu nivelellä A ja kahdella samanlaisella vaakasuoralla sauvalla kuvan mukaisesti. Sauvojen pituus on a .

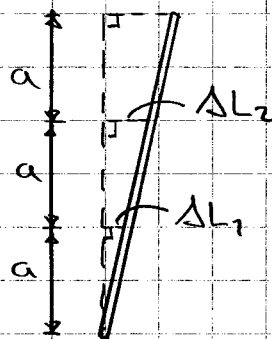
a) Laske sauvojen rasitukset, kun $F = 6 \text{ kN}$.

b) Kuinka suuria sauvojen poikkipinta-alojen tulisi olla, jos varmuudeksi myötöön nähden halutaan 2 ja materiaalina on teräs S355?

Ratkaisu



$$\begin{aligned} \sum \vec{M}_B & F \cdot 3a - N_2 \cdot 2a - N_1 \cdot a = 0 \\ \Rightarrow & 3F - N_1 - 2N_2 = 0 \quad (1) \end{aligned}$$



$$\tan \alpha = \frac{\Delta L_1}{a} = \frac{\Delta L_2}{2a}$$

$$\Rightarrow \Delta L_2 = 2 \Delta L_1$$

$$\Delta L = \frac{NL}{EA}$$

$$\frac{N_2 a}{EA} = 2 \frac{N_1 a}{EA} \Rightarrow N_2 = 2N_1 \quad (2)$$

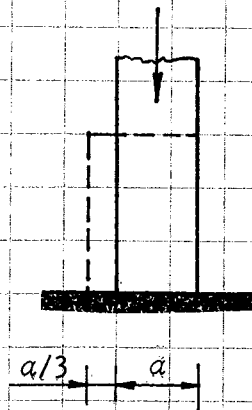
$$(1) \& (2) \Rightarrow 3F - N_1 - 2 \cdot 2N_1 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{N_1 = \frac{3}{5}F = 3,6 \text{ kN}}}$$

$$\underline{\underline{N_2 = \frac{6}{5}F = 7,2 \text{ kN}}}$$

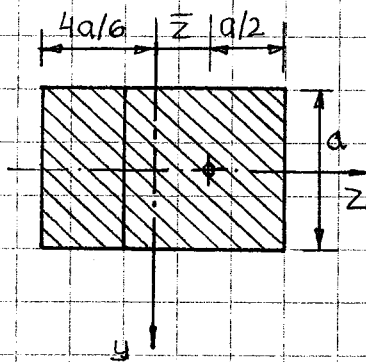
$$\left. \begin{aligned} \text{S355} & \Rightarrow Re = 355 \text{ MPa} \\ n = 2 \end{aligned} \right\} \sigma_{sall} = \frac{Re}{n}$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} \Rightarrow \sigma_{sall} = \frac{Re}{n} = \frac{\frac{3}{5}F}{A} \Rightarrow A = \frac{3F n}{5 Re} = 20,7 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} \Rightarrow \sigma_{sall} = \frac{Re}{n} = \frac{\frac{6}{5}F}{A} \Rightarrow \underline{\underline{A = \frac{6F n}{5 Re} = 40,6 \text{ mm}^2}}$$



28. Kuinka monta prosenttia kuvan puristuksen alaisen neliöpoikkileikkauksisen pylvään alaosan jännitys *lisääntyy*, jos pylvästä levennetään sivusuunnassa kolmasosan verran kuvan mukaisesti.



$$\delta^1 = -\frac{P}{A_1} = -\frac{P}{a^2}$$

$$\delta^2 = -\frac{P}{A_2} - \frac{M_t}{W}$$

$$\bar{z} = \frac{2a}{3} - \frac{3a}{2} = \frac{a}{6}$$

$$\Rightarrow M_t = P\bar{z} = \frac{1}{6}Pa$$

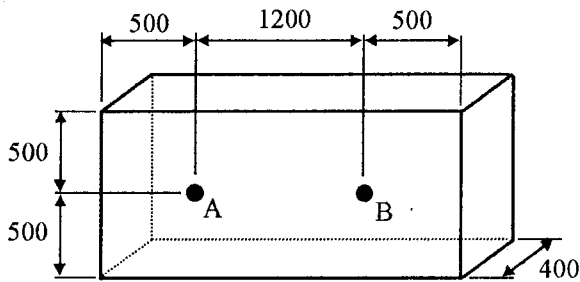
$$W = \frac{a(4a/3)^2}{6} = \frac{8}{27}a^3$$

$$A_2 = a \cdot \frac{4}{3}a = \frac{4}{3}a^2$$

$$\Rightarrow \delta^2 = -\frac{P}{4a^2/3} - \frac{Pa/6}{8a^3/27} = -\frac{P}{a^2} \left(\frac{3}{4} + \frac{9}{16} \right) = \frac{21}{16} \left(-\frac{P}{a^2} \right)$$

$$\Rightarrow \delta^2 = \frac{21}{16} \delta^1 \approx 1,3125 \delta^1 \Rightarrow 31,25\%$$

%



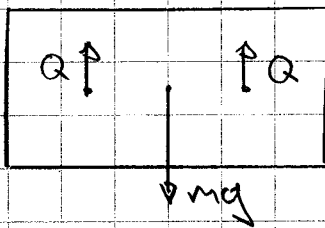
4. Homogeeninen betonielementti ($m = 1000$ kg) on kiinnitetty seinään kahdella samantyyppisellä poikkileikkaukseltaan pyöreällä tappilla kohdista A ja B. Tapit ovat jäykästi kiinni elementissä ja seinässä, eikä elementin ja seinän välillä ole rakoa.

- Laske tarvittava tappien halkaisija, kun $\tau_{\text{sall}} = 150$ MPa ja elementti lepää vain tappien varassa.
- Jos tappi A poistetaan, kuinka suureksi nousee tappin B rasitetuimman pisteen jännitys edellisen kohdan halkaisijalla? Oletetaan, että materiaali on lineaarisesti kimmoista ja plastisoitumista ei siten tapahdu.

Leikkausjännitys voidaan olettaa tasan jakaantuneeksi ja kuvan mitat ovat millimetrejä.

Ratkaisu:

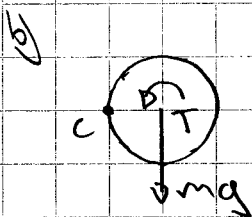
a) $m = 1000$ kg $\tau_{\text{sall}} = 150$ MPa $g = 9,81$ m/s²



$$\uparrow 2Q - mg = 0$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{2}mg$$

$$\tau = \frac{Q}{A} \Rightarrow \tau_{\text{sall}} = \frac{\frac{1}{2}mg}{\frac{\pi}{4}d^2} \Rightarrow \underline{\underline{d = \sqrt{\frac{2mg}{\pi\tau_{\text{sall}}}} = 6,45 \text{ mm}}}$$



Poikkileikkauksesta rasitusta leikkauksvoima ja vääntömomentti. Piste c on rasitettuin piste.

$$T = mg \cdot 600 \text{ mm} = 5886 \text{ Nm}$$

$$\underline{\underline{\tau = \frac{mg}{A} + \frac{T}{W_v} = \frac{mg}{\frac{\pi}{4}d^2} + \frac{T}{\frac{\pi}{16}d^3} \approx 172 \text{ GPa}}}$$

Todellisuudessa leikkauksjännitys ei voi nousta näin korkeaksi, sillä materiaali murtuu ja murtuman jälkeen.