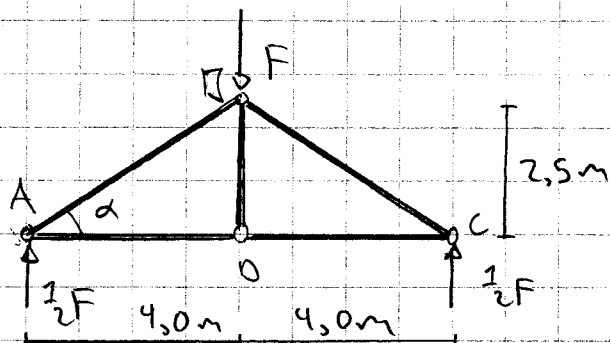


1. Oheisen ristikon sauvojen varmuusluvun myöden suhteen tulee olla vähintään 1,5. Valitse kullekin sauvalle poikkipinta-ala joukosta 600 mm^2 , 800 mm^2 , 1000 mm^2 , 1200 mm^2 , 1400 mm^2 , 1600 mm^2 , 1800 mm^2 ja 2000 mm^2 niin, että ristikosta tulee mahdollisimman kevyt. Nurjahdusta ei tarvitse huomioida. $E = 200 \text{ GPa}$, $R_e = 220 \text{ MPa}$ ja $R_m = 330 \text{ MPa}$.

Symmetrian takia pystysuuntaiset tukireaktiot ovat samoja ja suunniteltaan $\frac{1}{2}F$.



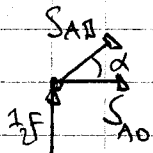
Sauva BD on nollasauva.

$$\Rightarrow S_{BD} = 0$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{2,5}{4}\right) = 32,0^\circ$$

$$F = 228 \text{ kN}$$

Nivelen A vkt:



$$\uparrow \frac{1}{2}F + S_{AB} \sin \alpha = 0 \Rightarrow S_{AB} = \frac{-F}{2 \sin \alpha} = -215,1 \text{ kN}$$

$$\rightarrow S_{AB} \cos \alpha + S_{AD} = 0 \Rightarrow S_{AD} = -S_{AB} \cos \alpha = 182,4 \text{ kN}$$

Symmetrian takia $S_{BC} = S_{AB}$ ja $S_{CD} = S_{AD}$.

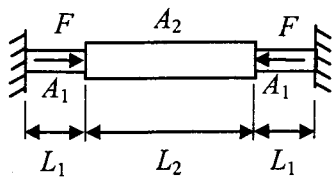
$$\left. \begin{array}{l} n = 1,5 \\ R_e = 220 \text{ MPa} \end{array} \right\} \Rightarrow \sigma_{sall} = \frac{R_e}{n} = 146,67 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$A_{AB} = \frac{S_{AB}}{-\sigma_{sall}} \approx 1467 \text{ mm}^2$$

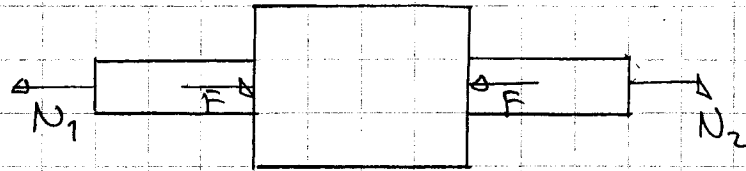
$$A_{AD} = \frac{S_{AD}}{\sigma_{sall}} \approx 1244 \text{ mm}^2$$

- o.o. Sauvat AB ja BC $A = 1600 \text{ mm}^2 \Rightarrow n_{AB} = 1,64$
 " AD ja CD $A = 1400 \text{ mm}^2 \Rightarrow n_{AD} = 1,69$
 Sauva BD $A = 600 \text{ mm}^2 \Rightarrow n_{BD} = \infty$



2. Kuvan systeemin poikkileikkauksien muutoskohtiin kohdistuu voimat $F = 30$ kN. Laske eri osien normaalijännitykset, kun $A_1 = 480$ mm², $A_2 = 720$ mm², $L_1 = 120$ mm ja $L_2 = 360$ mm. Kaikki osat on tehty samasta materiaalista.

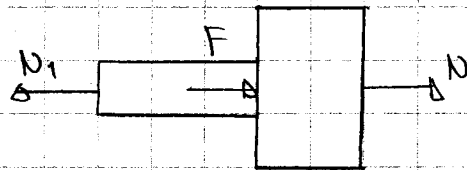
Systemin vktö:



tasapainoehto: $\rightarrow -N_1 + F - F + N_2 = 0 \Leftrightarrow N_1 = N_2$

yh teensopimus vaatii, ettei systeemin pituus muutu $\Leftrightarrow \Delta L_{\text{tot}} = 0$

$$\Delta L = \frac{NL}{EA}$$



$$\begin{aligned} \rightarrow -N_1 + F + N &= 0 \\ \Rightarrow N &= N_1 - F \\ &\text{(normaalivoima} \\ &\text{keskellä)} \end{aligned}$$

siten $\Delta L_{\text{tot}} = \frac{N_1 L_1}{EA_1} + \frac{(N_1 - F)L_2}{EA_2} + \frac{N_2 L_1}{EA_1} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{N_1 L_1}{A_1} + \frac{N_1 L_2}{A_2} + \frac{N_2 L_1}{A_2} = \frac{FL_2}{A_2}$$

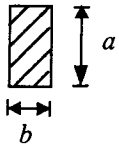
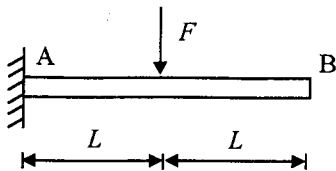
$$\Leftrightarrow \frac{2N_1 L_1}{A_1} + \frac{N_1 L_2}{A_2} = \frac{FL_2}{A_2}$$

$$\Leftrightarrow N_1 = \frac{FL_2/A_2}{\frac{2L_1}{A_1} + \frac{L_2}{A_2}} = 75 \text{ kN} = N_2$$

$$\Rightarrow N = N_1 - F = -75 \text{ kN}$$

ohuet osat $\sigma_1 = \frac{N_1}{A_2} = \underline{\underline{77,25 \text{ MPa}}}$ eli vetoa

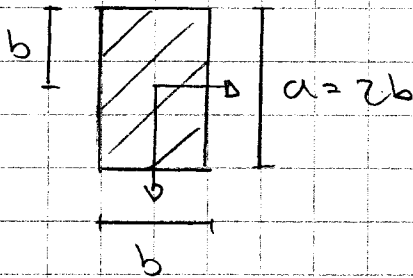
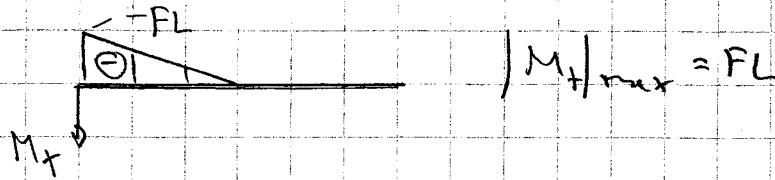
paksu osa $\sigma_2 = \frac{N}{A_2} = \underline{\underline{-20,87 \text{ MPa}}}$ eli puristusta



3. Poikkileikkaukseltaan suorakaiteen ($a = 2b = 200 \text{ mm}$) puu-
ulokkeen ($E = 9000 \text{ MPa}$ ja $L = 1 \text{ m}$) suurin sallittu normaali-
jännitys on 10 MPa .

- Laske suurin sallittu arvo kuvan voimalle F , kun vain taivutus huomioidaan.
- Laske ulokkeen pään B pystysiirtymä suurimmalla sallitulla F :n arvolla.

a) Pallin M_x -jännitys



$$I = \frac{b \cdot a^3}{12} = \frac{b (2b)^3}{12} = \frac{2}{3} b^4$$

$$\Rightarrow W = \frac{I}{b} = \frac{2}{3} b^3$$

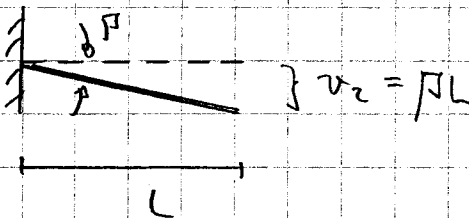
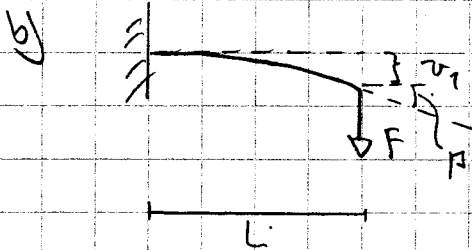
$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W}$$

$$\sigma_{\text{sall}} = 10 \text{ MPa}$$

$$L = 1 \text{ m} \quad b = 200 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\text{sall}} = \frac{F_{\max} L}{\frac{2}{3} b^3}$$

$$\Rightarrow F_{\max} = \frac{2 \sigma_{\text{sall}} b^3}{3L} = \underline{\underline{6666,7 \text{ N}}}$$



$$E = 9000 \text{ MPa}$$

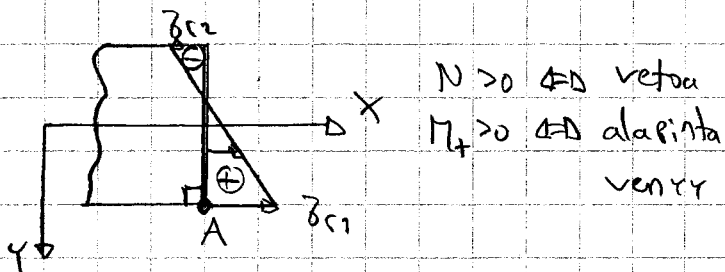
$$\Rightarrow v = v_1 + v_2 = \frac{FL^3}{3EI} + \frac{FL^2}{2EI} \cdot L = \frac{5FL^3}{6EI}$$

$$= \frac{5FL^3}{4b^4E} = \underline{\underline{3,7 \text{ mm}}}$$

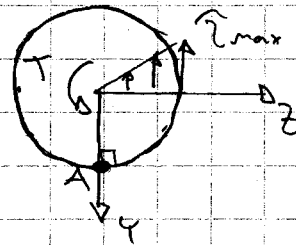
4. Pyöreätä umpinaista poikkileikkausta ($d = 15 \text{ mm}$) rasittaa positiiviset vääntömomentti $T = 40 \text{ Nm}$, taivutusmomentti $M_t = 50 \text{ Nm}$ ja normaalivoima $N = 700 \text{ N}$.

- Piirrä poikkileikkauksen rasitetuimman pisteen jännityselementti.
- Laske elementin jännitysten suuruudet.
- Laske vakiovääritysmisenergiähypoteesin mukainen vertailujännitys rasitetuimmassa pisteessä.

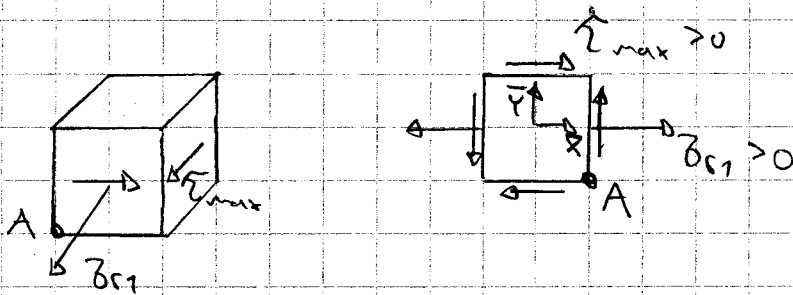
a) Normaalijännitys-
sakauma (N ja M_t)



Leikkauksijännitys-
sakauma (T)



Rasitetuin piste on poikkileikkauksen alin piste A.



$$b) \quad \sigma_{z1} = \frac{N}{A} + \frac{M_t}{W} = \frac{N}{\frac{\pi}{4} d^2} + \frac{M_t}{\frac{\pi}{32} d^3} = \frac{4N}{\pi d^2} + \frac{32M_t}{\pi d^3} = \underline{\underline{754,9 \text{ MPa}}}$$

$$\tau_{max} = \frac{T}{W_t} = \frac{T}{\frac{\pi}{16} d^3} = \frac{16T}{\pi d^3} = \underline{\underline{60,4 \text{ MPa}}}$$

c) Tasojännitystila, missä $\sigma_x = \sigma_{z1}$, $\sigma_y = 0$ ja $\tau_{xy} = \tau_{max}$

$$\sigma_{\text{vert/venh}} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} = \sqrt{\sigma_{z1}^2 + 3\tau_{max}^2} = \underline{\underline{786,9 \text{ MPa}}}$$