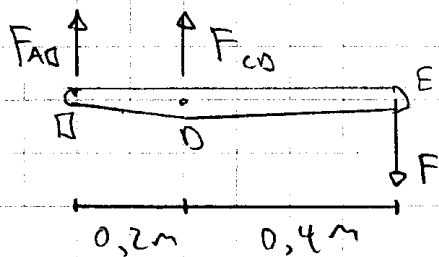


1. Täysin jäykkä vaakasuora palkki BDE on tuettu pystysuorilla sauvoilla AB ja CD oheisen kuvan mukaisesti. Sauva AB on tehty alumiinista ($E = 70 \text{ GPa}$) ja sen poikkipinta-ala on 500 mm^2 . Sauva CD on tehty teräksestä ($E = 200 \text{ GPa}$) ja sen poikkipinta-ala on 600 mm^2 . Laske pisteen E pystysiirtymä oheisesta 30 kN:n suuruisesta voimasta.

$$L_{AB} = 0,3 \text{ m}, L_{CD} = 0,4 \text{ m}, E_{Al} = 70 \text{ GPa}, E_{Co} = 200 \text{ GPa}$$

$$A_{AB} = 500 \text{ mm}^2, A_{Co} = 600 \text{ mm}^2, F = 30 \text{ kN}$$



$$\sum \overset{\curvearrowright}{M} = 0,6 \text{ m} \cdot F - 0,2 \text{ m} \cdot F_{CD} = 0$$

$$\Rightarrow F_{CD} = 3F = 90 \text{ kN}$$

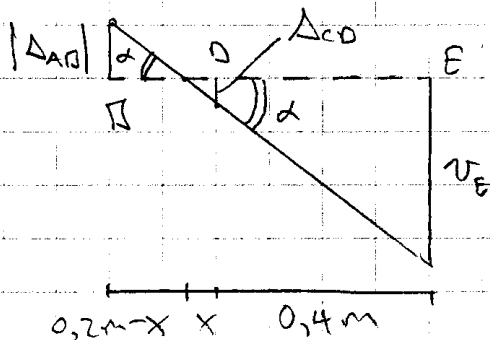
$$\sum \uparrow F = 0 \Rightarrow F_{AB} + F_{CD} - F = 0$$

$$\Rightarrow F_{AB} = F - F_{CD} = -60 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \Delta_{AB} = \frac{F_{AB} L_{AB}}{E_{Al} A_{AB}} = -0,574 \text{ mm}$$

$$\Delta_{CD} = \frac{F_{CD} L_{CD}}{E_{Co} A_{Co}} = 0,300 \text{ mm}$$

Sauva AB lyhenee
" CD pitenee

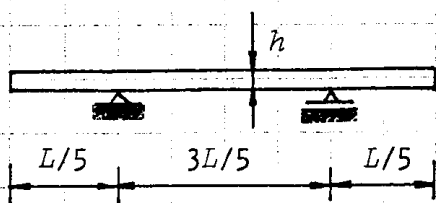


$$\tan \alpha = \frac{|\Delta_{AB}|}{0,2 \text{ m} - x} = \frac{\Delta_{CD}}{x}$$

$$\Rightarrow x = 0,0737 \text{ m}$$

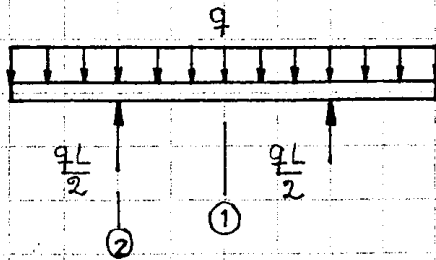
$$\tan \alpha = \frac{v_E}{x + 0,4 \text{ m}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{v_E = 1,928 \text{ mm} \downarrow}}$$



2.

Tasapaksu lattateräs, jonka paksuus $h = 6 \text{ mm}$, on tuettu kuvan mukaisesti. Määritä, kuinka pitkä terästanko voi olla ilman, että sen oma paino aiheuttaa siihen pysyviä muodonmuutoksia. Laske myös palkin keskijänteen suurin taipuma. $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, $E = 200 \text{ GPa}$
 $R_e = 220 \text{ MPa}$

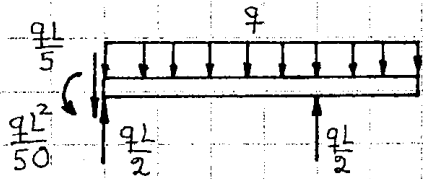


$$q = \rho g A = \rho g b h$$

$$I = bh^3/12, W = bh^2/6$$

$$\textcircled{2} M_{t2} = -\frac{qL}{5} \cdot \frac{L}{10} = -\frac{1}{50} qL^2$$

$$\textcircled{1} M_{t1} = -\frac{qL}{2} \cdot \frac{L}{4} + \frac{qL}{2} \cdot \frac{3L}{10} = \frac{1}{40} qL^2$$

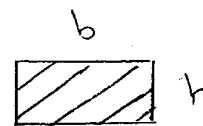
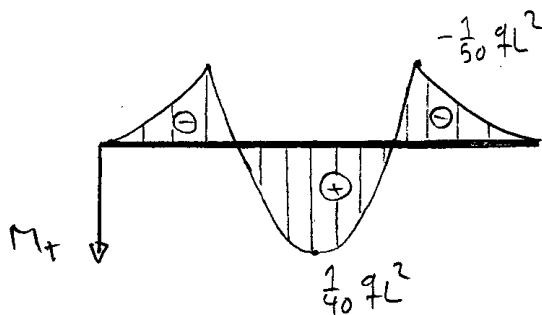


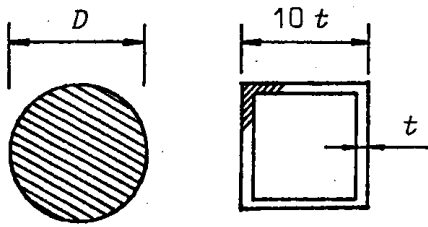
$$\Rightarrow |M_t|_{\max} = M_{t1}$$

$$\sigma = \frac{|M_t|_{\max}}{W} = \frac{1}{40} \frac{qL^2}{bh^2/6} = \frac{3}{20} \frac{qL^2}{bh^2}$$

$$\sigma \leq R_e$$

$$\Rightarrow \frac{3}{20} \frac{qL^2}{bh^2} \leq R_e \Rightarrow L \leq \sqrt{\frac{20}{3} \frac{bh^2 R_e}{\rho g b h}} = \sqrt{\frac{20}{3} \frac{h R_e}{\rho g}} \approx 10,69 \text{ m}$$





3. Massiivinen pyöreä tanko korvataan väännössä sauvalla, jonka poikkileikkaus on neliön muotoinen kotelo. Molempien sauvojen materiaalin sallittu leikkausjännitys on τ_{sall} . Montako prosenttia on massan säästö, kun sauvoille sallitaan sama vääntömomentti T ?

Ympyräpoikkileikkaus:

$$\tau_{sall}^1 = \frac{T_{sall}}{W_V^1}$$

$$W_V^1 = \frac{\pi}{16} D^3$$

Kotelopoikkileikkaus:

$$\tau_{sall}^2 = \frac{T_{sall}}{W_V^2}$$

$$W_V^2 = 2 t_{min} A = 2t \cdot 81t^2 = 162t^3$$

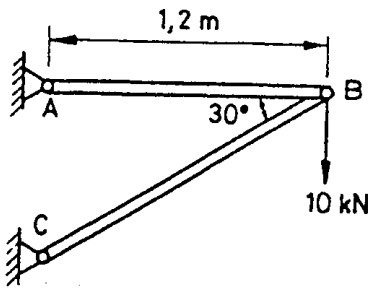
$$\tau_{sall}^1 = \tau_{sall}^2 \Rightarrow \frac{T_{sall}}{\frac{\pi}{16} D^3} = \frac{T_{sall}}{162t^3}$$

$$\Rightarrow D = \sqrt[3]{\frac{162 \cdot 16}{\pi}} t \approx 9,379 t$$

$$A_1 = \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{\pi}{4} \cdot 9,379^2 t^2 \approx 69,09 t^2$$

$$A_2 = 100t^2 - 64t^2 = 36t^2$$

$$\Delta = \frac{A_2 - A_1}{A_1} \cdot 100\% = \frac{36 - 69,09}{69,09} \cdot 100\% \approx -47,9\%$$



4. Oheisen ristikon poikkileikkaukseltaan pyöreiden sauvojen poikkipinta-ala on 800 mm^2 ja materiaali terästä S235, jolle $E = 210 \text{ GPa}$.

- Laske sauvojen varmuusluvut myötämisen suhteen.
- Laske sauvojen varmuusluvut nurjahduksen suhteen.

$$A = 800 \text{ mm}^2, \quad F = 10 \text{ kN}, \quad E = 210 \text{ GPa}, \quad R_e = 235 \text{ MPa}$$

a)

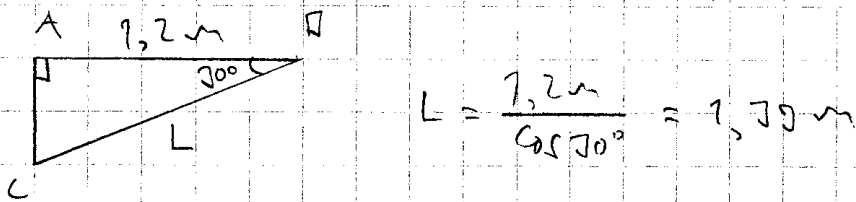
$$\uparrow -F - S_{BC} \sin 30^\circ = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{BC} = -\frac{F}{\sin 30^\circ} = -20 \text{ kN}$$

$$\rightarrow -S_{AB} - S_{BC} \cos 30^\circ = 0 \quad \Rightarrow \quad S_{AB} = S_{BC} \cos 30^\circ = 17,32 \text{ kN}$$

$$\sigma_{AB} = S_{AB}/A = 21,65 \text{ MPa} \quad \sigma_{BC} = S_{BC}/A = -25 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\eta_{AB} = R_e / \sigma_{AB} = 10,9}} \quad \underline{\underline{\eta_{BC} = R_e / |\sigma_{BC}| = 9,4}}$$

b) Samassa AB vetoa. \Rightarrow AB ei voi nurjautua.



Euler II. $\rightarrow L_n = L = 1,39 \text{ m}$



$$A = \frac{\pi}{4} d^2 \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{4A/\pi} = 31,9 \text{ mm}$$

$$I = \frac{\pi}{64} d^4 = 50877 \text{ mm}^4 = 5,0877 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$P_n^{RC} = \frac{\pi^2 EI}{L_n^2} = 54528 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\eta_{BC} = \frac{P_n^{RC}}{|S_{BC}|} = 2,73}}$$