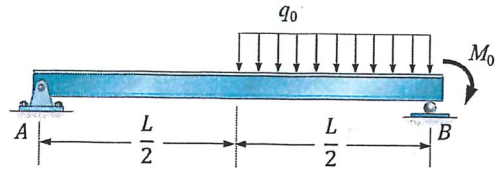


Säännöt

- Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet ja laskin (laskimen tyyppi vapaa)
- Tenttisuoritusta tekevä merkitsee vastauspaperiin "Tenttisuoritus"

1 Palkki on tuettu niveltuella  $A$  ja rullatuella  $B$ . Palkkiin kohdistuu tasaisesti jakaantunut kuorma  $q_0 = 8 \text{ kN m}^{-1}$  ja voimaparin momentti  $M_0 = 30 \text{ kNm}$ .

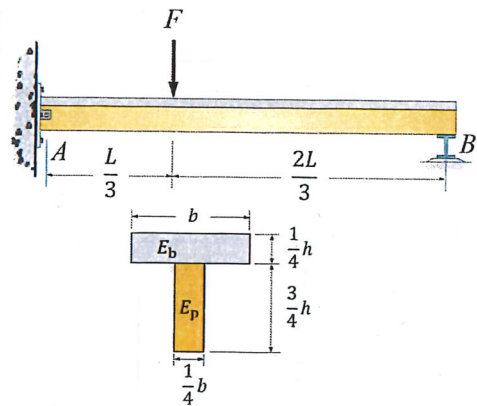
Leikkausmuodonmuutokset huomion ottaen määritä palkin taipuman funktio ja piirrä kuvaaja. [Pisteytys: 10/10 p]



Palkin pituus on  $L = 3 \text{ m}$ , jäyhyysmomentti  $I_z = 225 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$  ja poikkileikkauspinta-ala  $A = 30 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$ . Materiaalin kimmokerroin on  $E = 75 \text{ GPa}$ , liukukerroin  $G = 8 \text{ GPa}$  ja leikkauskorjauskerroin  $k = \frac{3}{4}$ .

2 Betoni-puuliittopalkki on tuettu nivelliitoksella pisteessä  $A$  ja se lepää teräspalkin päällä pisteessä  $B$ .

- Määritä vetojäykkyysskeskiön sijainti poikkileikkauksessa. [Pisteytys: 3/10 p]
- Määritä palkin yhdistetty taivutusjäykkyys Steinerin säännön avulla. [Pisteytys: 3/10 p]
- Määritä rasitetuimman poikkileikkauksen normaalijännitys jakauma, kun palkkiin kohdistuu pystysuora voima  $F = 30 \text{ kN}$ . [Pisteytys: 4/10 p]



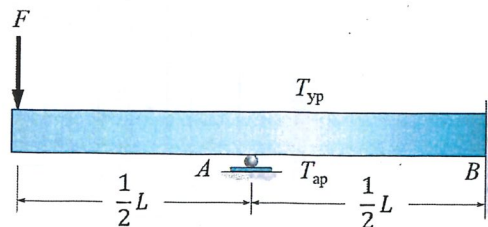
Palkin pituus on  $L = 4 \text{ m}$  ja poikkileikkauksen leveys on  $b = 400 \text{ mm}$  ja korkeus  $h = 400 \text{ mm}$ . Materiaalien kimmokertoimet ovat  $E_b = 36 \text{ GPa}$  ja  $E_p = 16 \text{ GPa}$ .

Steinerin sääntö:  $\widehat{EI}_z = \sum_{i=1}^n E_i (I_{z,i} + y_i^2 A_i)$ .

3 Homogeeninen palkki on tuettu rullatuella pisteessä  $A$  ja jäykästi pisteessä  $B$ . Palkin alapinta on vakio- lämpötilassa  $T_{ap} = 10 \text{ }^\circ\text{C}$  ja yläpinta vakio- lämpötilassa  $T_{yp} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ . Vertailulämpötila on  $T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Palkkiin kohdistuu pystysuora voima  $F = 20 \text{ kN}$ .

Analysoi palkki ottamatta huomioon leikkausmuodonmuutoksia.

- Määritä tukivoima pisteessä  $A$ . [Pisteytys: 6/10 p]
- Määritä leikkausvoiman ja taivutusmomentin funktiot ja piirrä kuvaajat. [Pisteytys: 4/10 p]



Palkin pituus on  $L = 6 \text{ m}$ , korkeus  $h = 400 \text{ mm}$  ja jäyhyysmomentti  $I_z = 200 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ . Materiaalin kimmokerroin on  $E = 200 \text{ GPa}$  ja lämpöpitene- miskerroin  $\alpha = 20 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ .

Yhtälökokelma



	Statiikka	Jännitykset	Materiaalimalli	Kinematiikka
<b>Veto / puristus</b>	$N'(x) = -n(x)$ $u'_0(x) = \frac{N(x)}{EA} + \alpha(\bar{T} - T_0)$	$\sigma_x(x) = E \frac{N(x)}{EA}$	$\sigma_x(x) = E \varepsilon_x(x) - \alpha(\bar{T} - T_0)$ $\bar{T} = \frac{1}{2}(T_{ap} + T_{yp})$	$u(x) = u_0(x)$ $\varepsilon_x(x) = u'_0(x)$
<b>Taivutus</b>	$Q'(x) = -q(x)$ $M'_t(x) = Q(x)$ $\varphi'(x) = -\frac{M_t(x)}{EI_z} - \frac{\alpha \Delta T}{h}$ $v'(x) = \varphi(x) + \frac{Q(x)}{kGA}$	$\sigma_x(x, y) = E \frac{M_t(x)}{EI_z} y$ $\tau_{xy}(x, y) = \frac{Q(x)}{EI_z b(y)} \bar{E} S_z(y)$	$\sigma_x(x, y) = E \varepsilon_x(x, y) - E \alpha \Delta T \frac{y}{h}$ $\Delta T = T_{ap} - T_{yp}$ $\tau_{xy}(x) = G \gamma_{xy}(x)$	$u(x, y) = -y \varphi(x)$ $\varepsilon_x(x, y) = -y \varphi'(x)$ $\gamma_{xy}(x) = -\varphi(x) + v'(x)$
<b>Kaksiakselinen taivutus</b>	$\begin{bmatrix} \varphi'_z(x) \\ \varphi'_y(x) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} EI_z & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_y \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{tz}(x) \\ M_{ty}(x) \end{bmatrix}$ $v'(x) = \varphi_z(x) + \frac{Q_y(x)}{k_y GA}$ $w'(x) = \varphi_y(x) + \frac{Q_z(x)}{k_z GA}$	$\sigma_x(x, y, z) = E \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} EI_z & EI_{yz} \\ EI_{yz} & EI_y \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} M_{tz}(x) \\ M_{ty}(x) \end{bmatrix}$	$\sigma_x(x, y, z) = E \varepsilon_x(x, y, z)$ $\tau_{xy}(x) = G \gamma_{xy}(x)$ $\tau_{xz}(x) = G \gamma_{xz}(x)$	$u(x, y, z) = -y \varphi_z(x) - z \varphi_y(x)$ $\varepsilon_x(x, y, z) = -y \varphi'_z(x) - z \varphi'_y(x)$ $\gamma_{xy}(x) = -\varphi_z(x) + v'(x)$ $\gamma_{xz}(x) = -\varphi_y(x) + w'(x)$

Yhtälökokelma