

MEC-2410 Materiaalien mekaniikka

Tentti 22.5.2013

1. Olkoon kontinuumipisteen jännitysmatriisi karteesisessa suorakulmaisessa koordinaatistossa lausuttuna seuraava

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \sigma_0.$$

Piirrä jännityselementti ja merkitse sen positiivisiin tahkoihin jännityskomponentit. Määritä deviatorinen jännitysmatriisi $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}\text{tr}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{I}$ sekä deviaattorimatriisin toinen invariantti $J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ji}$. Määritä pääjännitykset. Määritä myös normaali- ja leikkausjännitys tasolla, jonka normaali on vektorin $(1, 1, 1)^T$ suuntainen.

2. Deformaatiokuvaus on annettu lausekkeilla

$$x_1 = \chi_1(\mathbf{X}) = a_1(X_1 + 2X_2), \quad x_2 = \chi_2(\mathbf{X}) = a_2X_2, \quad x_3 = \chi_3(\mathbf{X}) = a_3X_3.$$

Tarkastellaan sivun alalaidassa vasemmalla olevan kuvan mukaista yksikkökuutiota.

- (a) Määritä deformaatiogradientti $\mathbf{F} = \partial\boldsymbol{\chi}/\partial\mathbf{X}$ ja Greenin-Lagrangen muodonmuutosten-sori $\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I})$.
 - (b) Määritä \mathbf{E} :n avulla diagonaalin OC pituus ℓ deformatiuneessa tilassa ja
 - (c) reunaviivojen OA ja OG välinen kulma deformaation jälkeen.
3. Hydrostaattinen paine ei yleensä vaikuta metallien myötäämiseen. Usein kuitenkin puristus- ja vetomyötörajat poikkeavat toisistaan. Muokataan von Misesin myötöehtoa muotoon

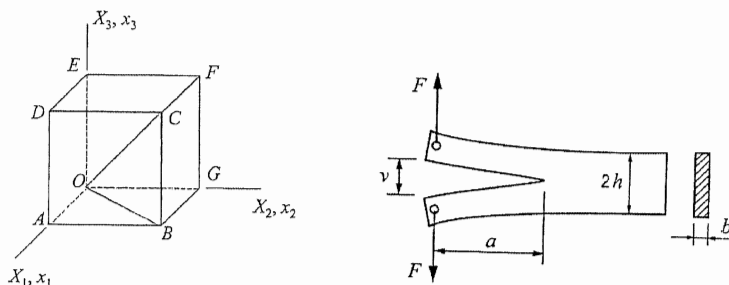
$$f(J_2, J_3) = \sqrt{3J_2} + \alpha J_3 - \beta = 0,$$

jossa α ja β ovat parametreja. Deviatorisen jännitysmatriisin invariantit J_2 ja J_3 määritellään $J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ji}$, ja $J_3 = \det(\mathbf{s}) = \frac{1}{3}s_{ij}s_{jk}s_{ki}$. Määritä malliparametrit α ja β kun materiaalin yksiakselinen vetomyötölujuus on σ_t ja puristusmyötölujuus σ_c . Kirjoita myötöehto myös invarianttien $\cos 3\theta$ ja ρ avulla. Nämä määritellään

$$\rho = \sqrt{s_{ij}s_{ij}}, \quad \cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}}.$$

Hahmottele myös myötöpinnan kuvaaja deviatorisella tasolla.

4. Määritä alla oikealla olevan kuvan mukaisen säröllisen rakenteen jännitysintensiiteettikerroin K_I . Jos materiaali on alumiinia jonka murtumissitkeys on $K_{Ic} = 25 \text{ MPam}^{1/2}$ ja kimmomoduuli $E = 70 \text{ GPa}$, määritä suurin voiman F arvo, jotta särö ei kasva ja $a = 10 \text{ mm}$, $b = 1 \text{ mm}$, $h = 5 \text{ mm}$. **Aputuloksia.** Ulokepalkin pään taipuma v palkin päässä olevasta pistekuormasta on $v = FL^3/3EI$. Säröä ajava voima $\mathcal{G} = (F^2/2b)(dC/da) = K_I^2/E$, jossa C on joustofunktio.



Tentissä ei sallita kaavakokoelmaa eikä muutakaan kirjallista materiaalia. Funktio tai ohjelmoitava laskin on sallittu