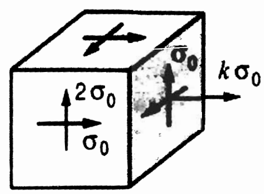
Joonas H.

MEC-2410 Materiaalien mekaniikka

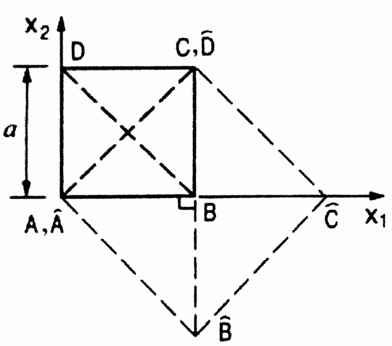
1. välikoe 13.3.2012

1. Määritä alla olevan kuvan mukaisen jännitystilan jännitysmatriisi $\boldsymbol{\sigma}$, deviatorinen jännitysmatriisi $\mathrm{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}\mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{I}$ sekä deviaattorimatriisin toinen invariantti $J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ji}$.



2. Määritä yllä olevan kuvan jännityselementin normaalijännityksen kerroin k siten, että kysymyksessä olisi tasojännitystila. Määritä näin saadun jännitystilan pääjännitykset sekä jännityksistä vapaan pintaelementin yksikkönormaali. Laske myös pääleikkausjännitys.

3. Neliölevy deformoituu alla olevan kuvan mukaisesti. Määritä deformaatiogradientti $\mathbf{F}$ ja Greenin-Lagrangen mudonmuutostensori $\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I})$. Laske myös lävistäjävektoreiden lopputilat.



4. Lineaarisesti kimmoisan transversaali isotrooppisen aineen konstitutiivinen yhteys on

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\alpha_1 I_1 + \alpha_3 I_4)\mathbf{I} + \alpha_2\boldsymbol{\sigma} + (\alpha_3 I_1 + \alpha_4 I_4)\mathbf{M} + \alpha_5(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{M} + \mathbf{M}\boldsymbol{\sigma}).$$

jossa rakennetensori $\mathbf{M} = \mathbf{m}\mathbf{m}^{\mathrm{T}}$ ja yksikkövektori $\mathbf{m}$ määrittelee isotropiatason (päätason) normaalin suunnan, ja $\alpha_1, \ldots, \alpha_5$ ovat materiaaliparametreja. Kirjoita yhtälö käyttäen Voigtin matriisimuotoista merkintätapaa $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S}\boldsymbol{\sigma}$, jossa jännitys ja muodonmuutoskmponentit ovat kirjoitettu pystyvektoreina muodossa

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]^{\mathrm{T}}, \qquad \boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}]^{\mathrm{T}}$$

ja vektori $\mathbf{m}$ on z-akselin suuntainen. Matriisi $\mathbf{S}$ on materiaalin komplianssimatriisi. Invariantit I_1 ja I_4 määritellään $I_1 = \mathrm{tr}\,\boldsymbol{\sigma}$, $I_4 = \mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{M})$.

Välikokeessa ei sallita kaavakokoelmaa eikä muutakaan kirjallista materiaalia.