MAT-33310 Tilastomatematiikka (3 op) Tentti 19.11.2007

Huom! Mukana ei saa olla kirjallisuutta, tietokoneita eikä taulukoita. Laskuvälineet ovat sallittuja. Käytä jaettua kaavakokoelmaa. Huomaa, että eri vaihtoehdoille (3 op tai 6 op) on eri tehtävät ja merkitse vastauspaperiisi kumman vaihtoehdon valitset.

1. Tietyn pituusuureen x voidaan olettaa olevan normaalijakautunut ja sen populaatiohajonnan tiedetään olevan $\sigma = 0.20$ mm. Suureen populaatio-odotusarvon tutkimiseksi otettiin 35 alkion satunnaisotos, josta laskettiin otoskeskiarvo $\overline{x}$. Tuloksena saatu kaksipuolinen luottamusväli halutaan ilmoittaa muodossa $\overline{x} \pm 0.07$ mm. Mikä on silloin saadun luottamusvälin luottamusaste?

2. Selitä lyhyesti millä eri tavoilla kahden normaalijakautuneen populaation odotusarvoja voidaan verrata ja missä tilanteissa näitä käytetään.

3. Tietyn pohjamateriaalin paksuuden hajonnan pienuus on tärkeää, ei niinkään paksuuden odotusarvo (johon koneet sopeutuvat automaattisesti). Materiaalia käyttävä teollisuuslaitos väittää valmistajan A toimittaman pohjamateriaalin hajonnan olevan kaksinkertainen valmistajan B toimittamaan materiaaliin verrattuna.

Väitteen testaamiseksi mitattiin 26 koepalasta valmistajan A toimittaman materiaalin paksuus ja saatiin otoshajonta $s_{\mathrm{A}} = 121$ μm. Vastaavasti 26 koepalasta mitattiin myös B:n toimittaman materiaalin paksuus ja saatiin otoshajonta $s_{\mathrm{B}} = 75$ μm. Paksuuden voidaan olettaa olevan normaalijakautunut kummankin valmistajan osalta.

Testaa riskitasolla $\alpha = 0.05$ onko valmistajan A pohjamateriaali todellakin hajonnaltaan kaksinkertainen valmistajan B toimittamaan verrattuna vai onko se kuitenkin pienempi.

4. Testaa riskitasolla 0.10 edellisessä tehtävässä kummallekin valmistajalle A ja B hypoteesi, jonka mukaisesti heidän valmistamansa pohjamateriaalin populaatiohajonta on 100 μm.

MAT-33310 Tilastomatematiikka (6 op) Tentti 19.11.2007

Huom! Mukana ei saa olla kirjallisuutta, tietokoneita eikä taulukoita. Laskuvälineet ovat sallittuja. Käytä jaettua kaavakokoelmaa. Huomaa, että eri vaihtoehdoille (3 op tai 6 op) on eri tehtävät ja merkitse vastauspaperiisi kumman vaihtoehdon valitset.

1. Tietyn pituusuureen x voidaan olettaa olevan normaalijakautunut ja sen populaatiohajonnan tiedetään olevan $\sigma = 0.20$ mm. Suureen populaatio-odotusarvon tutkimiseksi otettiin 35 alkion satunnaisotos, josta laskettiin otoskeskiarvo $\overline{x}$. Tuloksena saatu kaksipuolinen luottamusväli halutaan ilmoittaa muodossa $\overline{x} \pm 0.07$ mm. Mikä on silloin saadun luottamusvälin luottamusaste?

2. Tietyn pohjamateriaalin paksuuden hajonnan pienuus on tärkeää, ei niinkään paksuuden odotusarvo (johon koneet sopeutuvat automaattisesti). Materiaalia käyttävä teollisuuslaitos väittää valmistajan A toimittaman pohjamateriaalin hajonnan olevan kaksinkertainen valmistajan B toimittamaan materiaaliin verrattuna.

Väitteen testaamiseksi mitattiin 26 koepalasta valmistajan A toimittaman materiaalin paksuus ja saatiin otoshajonta $s_{\mathrm{A}} = 121$ μm. Vastaavasti 26 koepalasta mitattiin myös B:n toimittaman materiaalin paksuus ja saatiin otoshajonta $s_{\mathrm{B}} = 75$ μm. Paksuuden voidaan olettaa olevan normaalijakautunut kummankin valmistajan osalta.

Testaa riskitasolla $\alpha = 0.05$ onko valmistajan A pohjamateriaali todellakin hajonnaltaan kaksinkertainen valmistajan B toimittamaan verrattuna vai onko se kuitenkin pienempi.

3. Eräs (ulkomainen) teollisuuslaitos listasi 100 satunnaisesti valittua korkeakoulututkinnon suorittanutta työntekijäänsä heidän tutkintonsa ja työnsä vaativuustason mukaan. Tutkintoja oli kaksi, alempi BS (kandidaatti) ja ylempi MS (maisteri tai diplomi-insinööri). Vaativuustasoja oli kolme, kasvavassa järjestyksessä tasot L_1, L_2 ja L_3. Tuloksena saatiin taulukko

	L_1	L_2	L_3	Σ
BS	18	35	15	68
MS	12	17	3	32
Σ	30	52	18	100

ja realisoitunut χ^2-testisuureen H arvo $h = 2.839$. Mitä nyt voidaan testata ja mikä on testin tulos?

4. Selosta lyhyesti erilaisia parametrittomia testejä.

5. Tunnetusti, jos satunnaismuuttujasta x, jonka kertymäfunktio on $F(x)$, otetaan n alkion otos, niin otosmaksimin (satunnaismuuttujaksi ajateltuna) kertymäfunktio on $F(x)^n$. Miten tätä tietoa käyttäen generoit eksponenttijakautuneen satunnaismuuttujan otosmaksimien arvoja? Eksponenttijakauman kertymäfunktio on

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, \text{ kun } x \geq 0 \\ 0 \text{ muuten,} \end{cases}$$

missä $\lambda > 0$ on parametri.