

# MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 28.11.2008

- Funktiolaskin sallittu
  - Ei omaa kirjallista materiaalia
  - Vastaa jokainen tehtävä eri paperille.
  - Palauta kaavakokoelma tentin jälkeen.
  - Jos olet suorittamassa kesän 2008 avoimen yliopiston kurssin tenttiä, merkitse paperiisi KESÄ 2008.
- 

1. Olkoon vakioiden  $a, b, c, d$  järjestys  $a \leq b < c < d$ . Satunnaismuuttujan  $x$  tiheysfunktio  $f(x) > 0$  otosavaruudessa  $\Omega = [a, d]$ . Määritellään tapahtumat  $A$  ja  $B$  ja niiden todennäköisyydet

$$\begin{aligned} A &= \{x \in \Omega \mid x \geq b\}, & P(A) &= p \\ B &= \{x \in \Omega \mid x \leq c\}, & P(B) &= q \end{aligned}$$

a) Mitä on  $P(A \cup B)$  ?

b) Mitä on  $P(A \cap B)$  ?

c) Jos  $A$  ja  $B$  ovat riippumattomia, niin mikä on silloin luku  $b$  ?

Ilmoita tulokset vakioiden  $p, q, a, b, c, d$  ja numeroiden avulla. Perustelut näkyviin.

2. Todennäköisyys osua maaliin yhdellä laukauksella on 0.02. Laske todennäköisyys, että 100 laukauksella osutaan maaliin ainakin kolme kertaa. Laske tarkka arvo ja Poisson-approksimaatiolla saatu likiarvo. Osumiset ovat toisistaan riippumattomia.

3. Tietyn tuotteen pakkauksen paino on n. 1000g. Merkitään todellisen painon poikkeamaa 1000g:sta satunnaismuuttujana  $x$ , jonka tiheysfunktio ja otosavaruus ovat

$$f(x) = \frac{x+1}{8}, \quad x \in \Omega = [-1, 3]$$

Painojen poikkeamat ovat toisistaan riippumattomia. Yksiköt ovat grammoja.

a) Pakkausta ei voi myydä, jos poikkeama  $x < 0$ . Laske tämän tapahtuman todennäköisyys.

b) Pakkausosastolla saatiin idea hävikin pienentämiseksi. Tehdään tuplapaketteja, joissa yhdistetään kaksi pakkausta. Tällaista tuplapakettia ei voi myydä, jos yhteispaino  $< 2000$ g eli jos kahden pakkauksen yhteenlaskettu poikkeama  $< 0$ . Laske myös tämän tapahtuman todennäköisyys. Oliko idea hyvä?

4. Olkoon  $x$  ja  $y$  satunnaismuuttujia. Osoita: Jos satunnaismuuttujat  $x + y$  ja  $x - y$  ovat riippumattomia, niin  $\text{var}(x) = \text{var}(y)$ .

Vihje: Tutki satunnaismuuttujien välistä kovarianssia.