



MAT-20400 Vektorianalyysi
Tentti 11.10.2006

- Ei laskinta eikä taulukkokirjoja.
- Kirjoita jokaiseen vastauspaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ja koulutusohjelmasi.
- Jos käytät bonuksia periodin 5/2005-6 kurssilta, niin kirjoita vastauspaperiin "Periodi 5".

1. Olkoon $\mathbf{F}(x, y, z) = (-y, x, z)$. Laske

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

pisteestä $(2, 0, 4)$ pisteeseen $(-2, 0, 8)$ sylinterin $x^2 + y^2 = 4$ ja tason $x + z = 6$ leikkauskäyrää pitkin, kun kierretään z -akselia positiiviseen kiertosuuntaan (ts. ollaan joukossa $y \geq 0$).

2. Laske kentän $\mathbf{F}(x, y, z) = (z, 0, x^2)$ vuo "ylöspäin" pinnan $z = x^2 + y^2$ sen osan läpi, jolle $-1 \leq x \leq 1$ ja $-1 \leq y \leq 1$.
3. Laske kentän $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = r\mathbf{r}$ vuo "onton pallon puolikkaan"

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, z \geq 0\}$$

reunapinnan läpi kappaleesta T pois päin. Tässä $\mathbf{r} = (x, y, z)$ ja $r = \|\mathbf{r}\|$.

4. a) Anna pinnalle

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 9 - x^2 - y^2, z \geq 0\}$$

parametrisointi $\mathbf{r}(r, \theta)$ napakoordinaatteja r ja θ käyttäen. Anna myös parametriavaruus R (ts. parametrien rajat).

- b) Laske a-kohdan parametrisoinnin antama normaalivektori $\mathbf{N}(r, \theta)$.
- c) Laske pinnan S pinta-ala a-kohdan parametrisointia käyttäen.