Insinöörimatematiikka C 1u (Vehmanen)
Tentti 17.10.2011

– Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.

1. Opintomonisteessa on lause:

jos f on derivoituva pisteessä a, niin f on jatkuva pisteessä a.

Se on loogiselta rakenteeltaan muotoa $p \to q$. Kirjoita tuo jos-niin -lause toisin, totuusarvoltaan samana, mutta muodossa $\neg q \to \neg p$.

2. Olkoon $x \neq 0$ ja $f(x) = \dfrac{1}{x}$. Laske raja-arvo

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

(l'Hospitalin sääntöä ei saa käyttää tässä "0/0"- tilanteessa, koska ollaan vasta johtamassa derivaattaa, joka pitäisi jo tietää jos tuota sääntöä käytetään.)

3 a) Johda kaavaliitteen kaavoissa (3.) annetuista määritelmistä lähtien funktiolle $\operatorname{ar}\tanh x$ lauseke

$$\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right), \text{ kun } -1 < x < 1.$$

b) Johda sen derivaatalle lauseke

$$D\operatorname{ar}\tanh x = \frac{1}{1-x^2}, \text{ kun } -1 < x < 1.$$

4 a) Esitä napakoordinaattimuodossa kompleksiluku $z = 8i$.

b) Luettele **a**-kohdan luvun kolmannet juuret (lyhyesti, kaikki kolme).

c) Laske kaikkien kolmen juuren tulo ja sievennä vastaus mahdollisimman yksinkertaiseksi.

Kaavaliite kääntöpuolella.

TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

Insinöörimatematiikka 1u
Tentin kaavaliite (periodi 1/2011–2012)

1. Derivointikaavoja

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\log_a x$	$\dfrac{1}{x \ln a}$
$\tan x$	$1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
$\arcsin x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\dfrac{1}{1+x^2}$
$\sinh x$	$\cosh x$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\tanh x$	$\dfrac{1}{\cosh^2 x}$
$\operatorname{ar\,sinh} x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\operatorname{ar\,cosh} x$	$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{ar\,tanh} x$	$\dfrac{1}{1-x^2}$

2. $D_y f^{-1}(y) = \dfrac{1}{f'(x)} \qquad (y = f(x))$

3. $\sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \tanh x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x}$

4. $\operatorname{ar\,sinh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right), \quad \operatorname{ar\,cosh} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right),$

$\operatorname{ar\,tanh} x = \dfrac{1}{2} \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$