

**MAT-10413 Insinöörimatematiikka C 1u (Kangas)**
Tentti 15.10.2012

Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite ohessa. Vastaa tehtäviin 1-2 yhdelle konseptille ja tehtäviin 3-4 toiselle konseptille.

1. a) Määritä funktion $f(x) = x^{2/3}$ derivaatta $f'(x)$ ja laske derivaatan arvo, kun $x = 125$.
b) Arvioi lukua $122^{2/3}$ käyttämällä a-kohdan funktion $f(x)$ lineaarisesta approksimaatiosta pisteessä 125. (Vastaukseksi tulevaa murto-lukua ei tarvitse sieventää).
2. Laske kohdissa a-c raja-arvot mikäli mahdollista. Jos raja-arvoa ei voi määrittää, niin perustele miksi ei.

a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{3^x - 1}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^2)}{x}$$

3. a) Etsi funktion $h(x) = 3x^{2/3} - 2x$ suurin ja pienin arvo välillä $[-1, 1]$.
b) Osoita, että

$$\text{funktion } f(x) = \frac{\cos(x)}{1 - \sin(x)} \text{ derivaatta on } f'(x) = \frac{1}{1 - \sin(x)}.$$

4. Olkoon $\omega \in \mathbb{R}$ ja $\omega \neq 0$. Esitä luku

$$\frac{e^{i\omega} - e^{-i\omega}}{i\omega}$$

muodossa $a + bi$, missä $a, b \in \mathbb{R}$.



Insinöörimatematiikka 1u

Tentin kaavaliite (periodi 1/2012–2013)

1. Derivointikaavoja

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\tan x$	$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\sinh x$	$\cosh x$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\tanh x$	$\frac{1}{\cosh^2 x}$
$\operatorname{ar sinh} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\operatorname{ar cosh} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{ar tanh} x$	$\frac{1}{1-x^2}$

2. $D_y f^{-1}(y) = \frac{1}{f'(x)} \quad (y = f(x))$

3. $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$

4. $\operatorname{ar sinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), \quad \operatorname{ar cosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}),$

$$\operatorname{ar tanh} x = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right)$$

5. $\sin(\theta + \phi) = \sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi$
 $\cos(\theta + \phi) = \cos \theta \cos \phi - \sin \theta \sin \phi$

6. $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$