Insinöörimatematiikka C 1 (Vehmanen)

Tentti 21.11.2005

– Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.

1. Kompleksiluvun z neljäs juuri on $w_0 = 2e^{j\pi/2}$.

a) Laske $(w_0)^3$.

b) Esitä $(w_0)^{-3}$ muodossa $x + jy$.

c) Anna luvun z kaikki toisistaan poikkeavat neljännet juuret.

2. Muodosta pisteiden $(1,1,1)$, $(4,0,2)$, $(0,1,-1)$ kautta kulkevalle tasolle

a) yhtälö $\mathbf{x} = \mathbf{p} + s\,\mathbf{u} + t\,\mathbf{v}$,

b) yhtälö $\mathbf{n} \bullet (\mathbf{x} - \mathbf{p}) = 0$,

c) yhtälö $ax + by + cz + d = 0$.

3. Keksi esimerkit sellaisesta 3×3-matriisista A ja sellaisista 3×1-matriiseista $\mathbf{x}$ ja $\mathbf{y}$, että $A\mathbf{x} = A\mathbf{y}$, mutta silti $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$. Matriisiksi A ei kelpaa nollamatriisi.

$3\times3 \; 3\times1$

4. Tiedetään totuusarvoiltaan samoiksi (joko tosiksi tai epätosiksi, ns. kontraposition nojalla) propositiot

$$\forall\, \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{x} \neq \mathbf{y} \Rightarrow A\mathbf{x} \neq A\mathbf{y}$$

ja

$$\forall\, \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n : A\mathbf{x} = A\mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{y}$$

Valitse niistä kumpi tahansa ja osoita se todeksi tai epätodeksi, kun matriisilla A on käänteismatriisi.

A = ?

x = ?

y = ?