

Ei laskinta eikä kirjallisuutta

1. a) Sievennä seuraava lause mahdollisimman lyhyeen muotoon

$$\neg(B \Rightarrow (A \Rightarrow C)) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow C))$$

- b) Esitä $A \Leftrightarrow B$ konnektiivien \neg ja \vee avulla

2. Onko seuraava lause aina tosi?

$$((\forall x P(x)) \Rightarrow C) \Rightarrow (\forall x (P(x) \Rightarrow C))$$

Perustelee vastauksesi. Tehtävän voi ratkaista totuustaulun avulla tai ilman totuustaulua.

Montako riviä tauluun tulisi, jos $x \in \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$?

3. a) Olkoon $x + y \triangleq$ pienin yhteinen jaettava,
 $x \bullet y \triangleq$ suurin yhteinen jakaja.

Voidaanko joukkoon $\{1, 5, 10\}$ lisätä sellainen luku, että kyseessä olisi Boolean algebra? Perustelee vastauksesi.

- b) Todista induktiolla, että $\neg(Q(a_1) \wedge Q(a_2) \wedge \dots \wedge Q(a_n))$

$$\equiv \neg Q(a_1) \vee \neg Q(a_2) \vee \dots \vee \neg Q(a_n)$$

4. a) Ratkaise rekursioyhtälö

$$H_n = 3H_{n-1} - 2H_{n-2} + n; H_0 = 1, H_1 = -1$$

- b) Onko $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$?

($P(A)$ on potenssijoukko)

Entä onko $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$?

5. a) $(a, b)R(c, d) \equiv (a \leq c) \wedge (b \leq d)$,

$$A = \{(1, 2), (4, 1), (2, 2), (3, 4)\}$$

Määritä matriisit relaatioille R ja $H = (R - I) - (R - I)^2$.

Esitä (A, R) Hassen diagrammina.

Onko relaatio H transitiivinen?

- b) Onko $R \cup S$ ekvivalenssirelaatio,

jos R ja S ovat ekvivalenssirelaatioita?

6. a) Onko funktio $f(j) = (3j) \bmod 7$ bijektio,

kun $j \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$?

- b) Mainitse kaksi äärettömän suurta joukkoa, jotka eivät ole numeroituvia