

1. välikoe = tehtävät 1,2 ja 3 ; 2. välikoe = tehtävät 4,5,6.
Tentti = viisi tehtävää kuudesta.

1. Olkoot A ja B saman otosavaruuden tapahtumia siten, että $P(A) = 0.5$ ja $P(B) = 0.4$. Laske $P(A \cup B)$, kun
 - a) $A \cap B = \emptyset$
 - b) A ja B ovat riippumattomia.

2. a) Sähköisen komponentin kestoikä t (vuosissa) noudattaa eksponentiaalijakaumaa parametrillä $\lambda = 2$; ts. sen tiheysfunktio on $f(t) = 2e^{-2t}$, kun $t \geq 0$. Millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu komponentti kestää ainakin kuusi kuukautta?

b) Millä todennäköisyydellä tällainen komponentti kestää vielä ainakin neljä kuukautta, kun se on ollut käytössä jo kuusi kuukautta?

3. Jatkuvan satunnaismuuttujan x tiheysfunktio on $f(x) = c/x^2$, kun $1 \leq x \leq 4$ (ja $f(x) = 0$ muulloin).
 - a) Määrittää vakio c , ja laske x :n odotusarvo μ .
 - b) Laske todennäköisyys $P(|x - \mu| \leq 1.5)$.

4. Satunnaisvektorin $\mathbf{x} = (x, y)$ tiheysfunktio on $f(x, y) = 3x$, kun $0 < y < x < 1$. Laske satunnaismuuttujan x odotusarvo ja varianssi.

5. Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ on otettu 10 kappaleen otos: 3.2, 3.6, 3.4, 3.6, 3.2, 3.3, 3.5, 3.2, 3.6, 3.2. Otoskeskiarvoksi ja otoshajonnaksi saatiin vastaavasti $\bar{x} = 3.38$ ja $s = 0.1814$.
 - a) Testaa nollahypoteesi $H_0: \sigma^2 = 0.03$ vaihtoehtoa $H_1: \sigma^2 > 0.03$ vastaan 5%:n riskitasolla.
 - b) Etsi odotusarvon μ 90%:n luottamusväli. Pitäisikö yllä mainituista 10 havainnosta yhdeksän osua tälle luottamusvälille? Selitä perusteellisesti!

6. a) Olkoon $x \sim \text{Bin}(n, p)$, jolloin $E(x) = np$ ja $\text{var}(x) = np(1-p)$. Osoita, että jos $\hat{p} = \frac{x}{n}$, niin $E(\hat{p}) = p$, ja laske $\text{var}(\hat{p})$.

b) Tehtaan tuotteista on 4.00% viallisia. Laske binomijakauman normaaliapproksimaatiota käyttäen todennäköisyys, että 1200 kappaleen erässä on ainakin 35, mutta enintään 50 viallista.