

73040 VEKTORIANALYYSI (K,Te,Tu,M,R,Tj,Y)

2. VÄLITENTTI 7.12.2000 / SARJA B

Vastaa erilliselle paperille. Laske 1. tehtävä sivulle 1, 2. tehtävä sivulle 2 jne. Laita jokaiseen vastauspaperiin nimesi, opiskelijanumerosi, koulutusohjelmasi sekä vasempaan yläkulmaan B (=B-sarjan tehtävät)

Kurssin tulokset ilmoitustaululla viimeistään 11.12 klo 15.00. Tenttiin 15.12 ilmoittautuminen 8.12 mennessä. Ilmoittautumisen peruutus viimeistään 12.12.

B1. Laske Gaussin lauseen avulla

$$\oiint_S (zy^2 + 4x^2) \, d\sigma$$

missä S on yksikköpallon pinta.

B2. Olkoon särmiön P kärkipisteinä pisteet $(0, 0, 0)$, $(2, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 2)$. Laske

$$\oiint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} \, d\sigma,$$

kun S on kappaleen reunapinta ilman xy -tasossa olevaa "pohjaa", $\mathbf{F} = (-3y, -x, z^2)$ ja \mathbf{n} on pinnan S ulospäin osoittava normaali. (6 pistettä)

B3. Määritä funktio f_2 siten, että vektorikenttä $\mathbf{F} = (y, f_2, z)$ on samanaikaisesti pyörteetön ja lähteetön alueessa \mathbf{R}^3 . Määritä skalaaripotentiali ja vektoripotentiali. (6 pistettä)

B4. Vastaa lyhyesti seuraaviin kysymyksiin (yhteensä 6 pistettä)

a) Mitä seuraavassa lasketaan (älä laske, vaan anna sanallinen vastaus)? (2 pistettä)

$$\int_0^\pi \int_0^\pi \|\mathbf{r}_\theta \times \mathbf{r}_\phi\| \, d\phi d\theta, \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}(\phi, \theta) = (4\sin(\phi)\cos(\theta), 4\sin(\phi)\sin(\theta), 4\cos(\phi))$$

b) Mikä on pinnan $\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = (u, uv, v)$ yksikkönormaali pisteessä $(2, 1)$? (2 pistettä)

c) Piirrä samaan kuvaan jonkun pinnan normaali ja pinnan reunakäyrän positiivinen suunnistus. Kumpi puoli on tällöin pinnan positiivinen puoli? (2 pistettä)