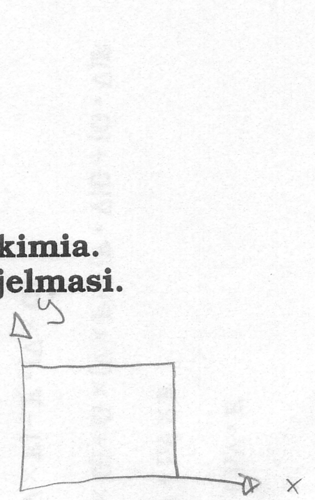
73040 Vektorianalyysi
Tentti 10.4. 2000

Ei omia taulukoita, kirjallisuutta, muistiinpanoja, laskimia.
Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.



1. Laske Greenin lausetta käyttäen käyräintegraali

$$\oint_C (x^2 + y^2)\,dx + 2xy\,dy$$

missä C on neliön $\{(x,y) : 0 \le x \le 2,\ 0 \le y \le 2\}$ reunakäyrä positiiviseen kiertosuuntaan.

2. **a)** Mikä on pinnan

$$S:\quad \mathbf{r} = \mathbf{r}(u,v) = \left(u+v,\ u^2 - v^2,\ uv\right),\ 0 \le u \le 1,\ 0 \le v \le 1$$

normaali parametrin arvoja $u = \frac{1}{2}$, $v = \frac{1}{2}$ vastaavassa pisteessä.

b) Laske kentän $\mathbf{F} = (0,\ z,\ x)$ vuo läpi pinnan S .

3. Olkoot S origokeskinen yksikköpallopinta ja $\mathbf{n} = \mathbf{n}(\mathbf{r})$ pinnan S yksikkö-ulkonormaali. Laske pintaintegraali

$$\oiint_S \nabla f(r) \bullet \mathbf{n}\, d\sigma, \quad \text{missä} \quad f(r) = r^3 = \|\mathbf{r}\|^3$$

$\nabla f(r) = (0,\ 3r^2)$

4. Laske Stokesin lauseen avulla pintaintegraali $\iint_S \nabla \times \mathbf{F} \bullet \mathbf{n}\, d\sigma$, missä $\mathbf{F} = \left(x,\ yz^2,\ y\right)$ ja S on xy-tason yläpuolella oleva pinta, jonka lieriö $x^2 + y^2 = 4$ leikkaa pallopinnasta $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

5. Kuinka funktio $f(x)$ on valittava, jotta vektorikenttä $\mathbf{F} = (f(x)\sin y,\ z + x\cos y,\ y)$ olisi koko avaruudessa **a)** pyörteetön **b)** lähteetön?

$\text{rot}\ \underline{F} = \underline{0}$ $\text{div}\ \underline{F} = 0$

$\nabla \times \underline{F}$ $\nabla \cdot \underline{F}$