

Ei omia taulukoita, kirjallisuutta, muistiinpanoja, laskimia.  
Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.

1. Laske putken

$$P = \{(x, y, z) : 8 \leq x^2 + y^2 \leq 9, 0 \leq z \leq 10\}$$

massa, kun massatiheys on  $\rho(x, y, z) = z$ .

2. a) Mikä on pinnan

$$S: \mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = (u^2, v^2, uv), 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1$$

normaali parametrin arvoja  $u = \frac{1}{2}$ ,  $v = \frac{1}{2}$  vastaavassa pisteessä.

b) Laske kentän  $\mathbf{F} = (y, 0, z)$  vuo läpi pinnan  $S$ .

3. Olkoon  $\mathbf{F} = (x - z, y, x)$ . Käyrä  $C$  on kolmio, jonka kärkipisteet ovat  $\mathbf{r}_0 = (0, 0, 0)$ ,  $\mathbf{r}_1 = (1, 0, 0)$  ja  $\mathbf{r}_2 = (0, 0, 1)$ . Käyrän  $C$  kiertosuunnan valitse itse. Laske

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

a) suoraan käyräintegraalina, b) käyttämällä Stokesin kaavaa.

4. Laske vektorikentän  $\mathbf{F} = (x + z, y, z - x)$  vuo puolipallon

$$R = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z \geq 0\}$$

pinnan läpi a) suoraan pintaintegraalina, b) käyttämällä Gaussin kaavaa.