

73040 VEKTORIANALYYSI
Tentti 19.12.1997

Ei taulukoita, kirjallisuutta, muistiinpanoja eikä laskinta.
Kirjoita papereihin nimesi ja opiskelijanumerosi.

1. Olkoon $F = xyi + yj$. Laske käyräintegraali

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} ,$$

kun C on ympyrä $x^2 + y^2 = a^2$.

2. Laske $\iint_S x d\sigma$, kun

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = x^2, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\} .$$

3. Osoita, että $\nabla^2 f(\mathbf{r}) = f''(\mathbf{r}) + \frac{2}{r} f'(\mathbf{r})$, missä $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

4. Laske vuo-integraali $\oiint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} d\sigma$,

missä $\mathbf{F} = 4xz\mathbf{i} - y^2\mathbf{j} + yz\mathbf{k}$

ja S on sen kuution pinta, jota rajoittavat

tasot $x=0, x=1, y=0, y=1, z=0, z=1$.

5. Laske

$$\oint_{\partial A} \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} ds ,$$

missä $\mathbf{F} = y^3\mathbf{i} + x^5\mathbf{j}$, $A = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ ja \mathbf{n} on A :n reunan ulkonormaanin suuntainen yksikkövektori.