Insinöörimatematiikka 2 (K,Tu,Te)

Välikoe 2. 13.3.2001

Tee tehtävä 1 sekä vaihtoehtoisesti joko tehtävä 2A tai tehtävä 2B.

Tehtävä 1.

Olkoon matriiseilla $\mathbf{A}$ ja $\mathbf{B}$ diagonaaliesitykset

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -6 & -4 & 0 \\ -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 4 & 6 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Diagonalisoi matriisi $\mathbf{AB}$.
(b) Mitkä ovat matriisin $\mathbf{A}$ ominaisarvojen algebralliset ja geometriset kertaluvut.
(c) Diagonalisoi matriisi $\mathbf{B}^k$.

Tehtävä 2A.

Olkoon $\mathbf{A}_{n\times n}$ symmetrinen, ei-singulaarinen matriisi. Osoita, että tällöin matriisi $\mathbf{A}^T\mathbf{A}$ on positiivisesti definiitti.

Tehtävä 2B.

(a) Esitä funktion e^x Taylorin sarjakehitelmä pisteen a suhteen (suppenemistarkasteluja ei vaadita!).
(b) Osoita saamaasi sarjakehitelmään perustuen, että $e^{x_1+x_2} = e^{x_1}e^{x_2}$.