

7303005 Perusmatematiikka 2

Tentti ja yhden välitentin uusiminen 5.5.2003

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta

- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.

- Jos uusit jonkun kevään välitenteistä, niin ilmoita selvästi, mitä välitenttiä olet uusimassa. Tiedon puuttuessa paperi käsitellään vain tenttinä.

Tenttitehtävät

1. (a) Muunna määrätty integraali $\int_{-2}^2 xe^{x^2} dx$ toiseksi tekemällä sijoitus $u = x^2$ ja laske sen arvo.

(b) Laske integraali $\int xe^x dx$.

2. Suora $\mathbf{x} = (2, -1, 1) + t(2, -3, -2)$, $t \in \mathbb{R}$ leikkaa tason $3x - y + z = b$ parametrin t arvolla -1 . Määritä vakio b . Laske suoran ja tason normaalisuoran välisen kulman kosini.

3. (a) Levyn lämpötila $T(x, y) = x^3 + y^2x - x$. Mihin suuntaan lämpötila kasvaa voimakaimmin pisteessä $(1/2, -1/\sqrt{2})$?

(b) Jos $x(t) = 2t+1$, $y(t) = t^3+4$ ja $T(x, y) = x^3+y^2x-x$, niin laske ketjusääntöä käyttäen derivaatan dT/dt arvo hetkellä $t = -1$.

4. (a) Ratkaise AAP

$$z' = \frac{z}{x}, \quad z(2) = 4.$$

(b) Etsi Eulerin menetelmällä askelpituutena $h = 0.1$ arvio luvulle $y(0.2)$, kun $y' = x + y$ ja $y(0) = 5$.

5. (a) Vektoriarvoinen funktio $\mathbf{g}(x, y) = (x, y, x^2+y^2)$. (Huom! kahden muuttujan funktio. Se ei kuvaa käyrää vaan pintaa. Sitä tietoa ei tehtävässä tarvita.) Tangenttivektorit \mathbf{g}_x , \mathbf{g}_y määritetään osittaisderivoimalla funktio komponenteittain eli $\mathbf{g}_x = (\frac{\partial g_1}{\partial x}, \frac{\partial g_2}{\partial x}, \frac{\partial g_3}{\partial x})$ ja \mathbf{g}_y vastaavasti muuttujan y suhteen. Laske

$$|\mathbf{g}_x \times \mathbf{g}_y|.$$

(b) Integroi funktio $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 1}$ yli yksikkökieron $x^2 + y^2 \leq 1$.

Välitentti 1

1. Tenttitehtävä 1

2. a) Sievennä $\cosh(\ln(3))$ b) Sievennä $\tan(\arctan(-1)) + \cos(\arcsin(3/5))$
c) Ratkaise yhtälö $\ln(x+2) = 2$

Välitentti 2

1. Tenttitehtävä 2

2. (a) Vektorit $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{k}$ ja $\mathbf{c} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$. Laske $\mathbf{a} \times \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$.
(b) Määritä raja-arvot $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\pi/2 - x)}{\sqrt{x}}$ ja $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{e^{x^2}}$

Välitentti 3

1. Tenttitehtävä 3

2. Olkoon tasokäyrä $\mathbf{f}(t) = (t^3 - t)\mathbf{i} + t^2\mathbf{j}$. Mikä on x -koordinaatti käyrän pisteessä, jossa y -koordinaatti on 1? Leikkaako käyrä itsensä kyseisessä pisteessä (Perustelut!)? Määritä vielä pisteeseen asetettu laskeva tangenttisuora, jos sellainen on olemassa. Etsi piste, jossa käyrän tangenttisuora on x -akselin suuntainen.

Välitentti 4

1. Tenttitehtävä 4

2. (a) Vaihda integroimisjärjestys

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{y}}^2 dx dy.$$

(b) Meillä on jousisysteemi, jota kuvaa DY

$$x''(t) + cx'(t) + 9x(t) = 0, \quad (c \geq 0).$$

Mikä on pienin mahdollinen vakion c arvo, jos liikkeen pitää vaimeta ilman aaltoilua?