



- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi koulutusohjelmasi ja vuosikurssisi eli monesko opiskeluvuosi on menossa (1, 2, 3, 4, vai n).

1. a) Millä x :n arvoilla on voimassa $\cos(2x - \frac{\pi}{4}) = 0$.

b) Määritä raja-arvo $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x}{2x^3 + 1}$

2. a) Ratkaise yhtälö $2(z - i) + 2iz = z(1 + i)$. Esitä tulos muodossa $z = a + ib$.

b) Olkoon $z = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$. Osoita, että $\frac{z}{\bar{z}} = \cos(2\theta) + i \sin(2\theta)$.

3. Olkoon $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

a) Määritä pinta-ala, jonka rajaavat funktio $f(x)$, x -akseli, y -akseli ja suora $x = t$, $t \geq 0$.

b) Millä t :n arvolla pinta-ala on $1/2$?

4. Olkoon $f(x) = Ce^{2x} \cos(x)$.

a) Laske $f'(x)$ ja $f''(x)$.

b) Osoita, että funktio f toteuttaa yhtälön $f''(x) - 4f'(x) + 5f(x) = 0$.

c) Millä vakion C arvolla toteutuu yhtälö $f'(0) = 1$?

$$\left(\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x) \text{ ja } \frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x) \right)$$

5. Tarkastellaan hyperbelin $x^2 - \frac{y^2}{8} = 1$ käyrän sellaista osaa, joka on huipun $(a,0)$, $a > 0$ ja polttopisteen $(c,0)$, $c > 0$, välissä. Mitkä ovat huipun ja polttopisteen x -koordinaatit eli a ja c ? Käyrän palanen kierähtää x -akselin ympäri. Määritä syntyneen pyörähdyskappaleen tilavuus.

$$(c^2 = a^2 + b^2, \quad V = \int_{x_0}^{x_1} \pi[f(x)]^2 dx)$$