

# 73030 Insinöörimatematiikka 1 (K, Te, Tu / Lehto)

Tentti 19.12.2001

Ei kirjallisuutta, muistiinpanoja eikä laskinta!

**HUOM!** Tehtävät T1 - T5 ovat tenttitehtäviä.

**Välikokeen** suorittajat laskevat seuraavasti:

välikoe 1 (T1, Y1), välikoe 2 (T2, Y2), välikoe 3 (T3, Y3) ja välikoe 4 (T4, Y4).

**Muista** merkittävästä **vastauspaperiisi**, oletko suorittamassa tenttiä vaiko välikokeita:

**T1.** Tutki joukko-opin laskusääntöjä käyttäen, onko  $\overline{A \cup B} = \overline{A \cup B} \cap \overline{A \cap B}$ . (Huom! Venn-diagrammi ei ole laskusääntö.)

**T2. a)** Osoita, että funktiolla  $y = f(x) = \frac{4x^3}{x^2 + 1}$  on käänteisfunktio,

muodostamatta itse käänteisfunktioita. **b)** Laske  $Df^{-1}(2)$  eli käänteisfunktion derivaatta pisteessä 2 muodostamatta itse käänteisfunktioita.

**T3.** Käyrällä  $f(t) = (t^3 - 2t^2 - 3t + 11, t^2 - 2t - 5)$  on pisteessä (11, -2) kaksi eri tangenttisuoraa. Määää näiden yhtälöt.

**T4.** Onko rationaalilausekkeella  $\frac{zy^2 + x^3}{x^2 + y^2 + z^2}$  raja-arvoa origossa. Jos

mielestäsi olet löytänyt raja-arvoehdokkaan, sinun on tietenkin todistettava tämä raja-arvoksi. Jos mielestäsi raja-arvoa ei ole, on mielipide perusteltava riittävästi.

**T5.** Mikä on lyhin etäisyys origosta käyrälle  $x^2y = 16$ ? Perustele, miksi vastauksesi todella on lyhin etäisyys.

**Y1.** Osoita induktiotodistuksella aritmeettisen sarjan summakaava

oikeaksi eli, että  $\sum_{j=0}^{n-1} (a + jd) = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \quad \forall n \in \mathbb{N}$ .

**Y2.** Voidaanko vektori  $\mathbf{v} = (1, -4, 5)$  esittää kahden vektorin summana, joista toinen on suuntajanan  $\overline{PQ}$  ja toinen suuntajanan  $\overline{QR}$  suuntainen, kun pisteet ovat  $P = (1, -1, 2)$ ,  $Q = (2, 1, -1)$  ja  $R = (-1, 2, 1)$ ,

**Y3.** Olkoon  $f(t) = \frac{t+1}{t+4}$ . Määää  $f(t)$ :n se integraalifunktio  $F(t)$ , joka kulkee origon kautta.