

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.
– Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.

1. Laske funktion $f(x) = x^3 + x^2$, $x \geq 0$, käänteisfunktiolle $Df^{-1}(12)$.

2. Tiedetään, että $\tanh x = 3/7$. Mitä ovat tällöin $\sinh x$ ja $\cosh x$?

3. Mikä on suorien $S_1: \frac{x-1}{4} = \frac{y+6}{3} = -\frac{z}{2}$ ja $S_2: \frac{x+3}{5} = y-1 = \frac{z+3}{4}$ välinen lyhin etäisyys?

Ohje: Kummaltakin suoralta valitaan piste. Niiden yhdysjana(-vektori) \mathbf{u} projisoidaan vektorille \mathbf{v} , joka on kohtisuorassa molempia suoria vastaan. Saadun projektiovektorin pituus (= sen skalaarikomponentin itseisarvo) on kysytty etäisyys.

4. Muodosta yhtälö sellaiselle tasolle, jonka jokaisen pisteen etäisyys tasosta $x - y + z = 0$ on 9.

5. Laske origokeskisen ympyrän kehän puolikkaalle pituus

a) esityksestä $r = 2$ kaavalla $\int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta$,

b) esityksestä $\mathbf{f}(t) = 2(\cos t)\mathbf{i} + 2(\sin t)\mathbf{j}$ kaavalla $\int_{t_0}^{t_1} |\mathbf{f}'(t)| dt$.

6. Osoita, että, jos $z = x^n f(u)$, missä $u = y/x$, niin

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = nz$$

7. Tiedetään (laskuharjoituksista), että $f_x(0, 0) = 0$ ja $f_y(0, 0) = 0$, kun

$$f(x, y) = \begin{cases} xy/(|x|+|y|), & \text{kun } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{kun } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Mitä tulisi suunnatun derivaatan arvoksi origossa suuntaan $\mathbf{u} = (1, 1)/\sqrt{2}$

a) kaavalla $f'_{\mathbf{u}}(\mathbf{0}) = \nabla f(\mathbf{0}) \cdot \mathbf{u}$, [2 pistettä]

b) kaavalla $f'_{\mathbf{u}}(\mathbf{0}) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\mathbf{0} + h\mathbf{u}) - f(\mathbf{0})}{h}$? [4 pistettä]

(Jos tulokset eivät ole samoja, niin funktio ei vain sitten ole differentioituva.)

8. Kappaleen tilavuus saadaan integraalilla $V = \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-y^2}} \int_{-1}^2 dx dz dy$.

a) Hahmottele koordinaatistoon, mistä kappaleesta on kysymys. [1 piste]

b) Mitkä ovat rajat, jos integroidaan järjestyksessä $dy dx dz$? [2 pistettä]

c) Laske integroimalla ko. tilavuus. [3 pistettä]

Ohje: Vaihda napakoordinaatistoon yz -tasolla.

Tenttiin on sinun itse valittava 6 tehtävää edellä olevista.

Puuttuvan ensimmäisen välitentin voi suorittaa tehtävillä 1 ja 2,
puuttuvan toisen välitentin voi suorittaa tehtävillä 3 ja 4,
puuttuvan kolmannen välitentin voi suorittaa tehtävillä 5 ja 6,
puuttuvan neljännen välitentin voi suorittaa tehtävillä 7 ja 8,

- luentoryhmässä S, Au, jos olet niistä etukäteen sopinut,
- luentoryhmässä K, Te, Tu (sopimattakin) vain yhden välitentin.

