73030 Insinöörimatematiikka 1
Tentti 1.2.1999

M,R,Y (Ruohonen)
S,Au,Ti (Vehmanen)
K,Te,Tu (Lehto)

Huom! Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, taulukoita eikä laskimia. Kirjoita vastauspaperiin nimesi, opiskelijanumerosi ja koulutusohjelmasi.

1. Ratkaise yhtälöistä kompleksiluku z tai totea, ettei ratkaisua ole:

a) $z + j\bar{z} = 1$, **b)** $z + (1+j)\bar{z} = j$

2. Pisteet $\mathbf{a} = (-1,2,-2)$ ja $\mathbf{b} = (1,2,-2)$ ovat pallon $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ pinnalla. **a)** Etsi pallon pinnalta kolmas piste **c**, joka on kohtisuorassa **a**:ta ja **b**:tä vastaan (kun **a**, **b** ja **c** tulkitaan paikkavektoreiksi) ja joka on xy-tason alapuolella. **b)** Etsi pallon pinnan tangenttitason yhtälö pisteessä **c**.

3. Laske raja-arvot (jos ovat olemassa):

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln x - x + 1}{(x-1)^2}$, **b)** $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2 - 1}{(2x-1)^2}$.

4. **a)** Laske funktion $f(x,y) = \ln\left(1 + xy^2\right)$ osittaisderivaatat $\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial y}$ ja $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}$. **b)** Laske myös t:n funktion $f(g(t),h(t))$ ensimmäinen derivaatta pisteessä $t = t_0$, kun tiedetään, että $g(t_0) = 1$, $h(t_0) = -\dfrac{1}{2}$, $g'(t_0) = 4$ ja $h'(t_0) = 3$.

5. **a)** Laske integraali $\displaystyle\int_0^{\pi}\int_0^{x}\int_0^{y} \cos z \,dz\,dy\,dx$ ja **b)** vaihda siinä integrointijärjestys päinvastaiseksi eli kirjoita integraali muotoon $\displaystyle\int_?^?\int_?^?\int_?^? \cos z \,dx\,dy\,dz$ ja valitse rajat sopivasti.

Kaavoja: $\boxed{\begin{array}{l} \sin 0 = \sin\pi = 0,\ \cos 0 = 1,\ \cos\pi = -1, \\ \dfrac{d}{dx}\sin x = \cos x,\ \dfrac{d}{dx}\cos x = -\sin x \end{array}}$