

- Ei muistiinpanoja
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi

1. Funktiolla $f(x) = \arcsin(x)$ (missä $-1 \leq x \leq 1$) on funktion $g(y) = \sin(y)$ (missä $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$) käänteisfunktiona se arvo $y = f(x)$, jolla $\sin(y) = x$. Muodosta lauseke derivaatalle $f'(x)$ käyttäen kaavoja

$$f'(x) = \frac{1}{g'(f(x))} \quad \text{ja} \quad \cos(u) = \pm \sqrt{1 - \sin^2(u)}$$

Valitse etumerkki oikein ja perustele valintasi.

2. Muodosta kompleksiluvun $z = \cos q + j \sin q$ a) liittoluku \bar{z} , b) käänteisluku z^{-1} c) tarkista, että b-kohdan vastauksesi toteuttaa yhtälön $z z^{-1} = 1$.

3. Suora $(x,y,z) = (0,1,-1) + t(2,1,2)$ on kohtisuorassa tasoa $2x+y+2z=2$ vastaan. a) Etsi suoran ja tason leikkauspiste (eli se suoran piste, joka toteuttaa myös tason yhtälön). b) Laske suoran pisteen $(0,1,-1)$ etäisyys tasosta. c) Laske origon etäisyys tasosta vastaavalla tavalla (ts. etsimällä tasoa vastaan kohtisuorassa olevan, origon kautta kulkevan suoran leikkauspiste tason kanssa, jne.).

4. a) Muodosta ruuviviivan $\mathbf{f}(t) = (R \cos t, R \sin t, Kt)$ pisteeseen $\mathbf{f}(t_0)$ asetetun tangenttisuoran $\mathbf{x}(s) = \mathbf{f}(t_0) + s\mathbf{f}'(t_0)$ yhtälö.

b) Missä pisteessä $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(s_0)$ leikkaa a-kohdan tangenttisuora yz -tason?

5. a) Laske pisteissä $(x,y) \neq (0,0)$ osittaisderivaatat f_x ja f_y funktiolle

$$f(x,y) = \begin{cases} x^3 / (x^2 + y^2), & \text{kun } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{kun } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

b) Tutki, onko osittaisderivaatoilla raja-arvot origossa.

c) Tutki, ovatko osittaisderivaatat olemassa origossa.

6. Funktiot $f(u)$ ja $g(u)$ ovat (ainakin) kaksi kertaa derivoituvia. Niistä rakennetaan

$y(x,t) = f(x-at) + g(x+at)$, missä a on vakio. Mitä on vakion a oltava, jotta $y(x,t)$ olisi ratkaisu aaltoyhtälölle

$$A \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} ?$$

7. a) Laske integraali $\int_0^1 \int_0^y \int_0^y y dx dz dy$.

b) Etsi rajat a-kohdan integraaliin muodossa

$$\int_{?}^{?} \int_{?}^{?} \int_{?}^{?} y dy dx dz$$



8. Suppeneeko vai hajaantuuko integraali $\int_1^5 \frac{dx}{x-3}$