TTKK/Koneosasto VK1/23610/02S

Teknillinen mekaniikka ja optimointi

23610 YLEINEN ELEMENTTIMENETELMÄ

Syksy 2002 / 1. VÄLIKOE

Kokeessa saa olla mukana yksi A4-kokoinen yksipuoleinen itse tehty lunttilappu.

---

1. Tarkastellaan yksiulotteista konvektio-diffuusioyhtälöä

$$-k\,u_{,xx} + v\,u_{,x} = f\,x^2$$

jossa konvektiotermi v, diffuusiotermi k sekä lähdetermin kerroin f ovat positiivisia vakioita. Yhtälö on määritelty välille $x \in [a,b]$, ja reunaehdot ovat

$$u(a) = u(b) = 0.$$

Johda Galerkinin painotettujen jäännösten menetelmällä kaksisolmuinen elementti, jota voidaan käyttää em. yhtälön ratkaisemisessa (siis: johda numeromuodossa elementin lokaaliyhtälö). Voit tehdä laskelmat joko elementin lokaalikoordinaatistossa (jossa $\xi \in [-1,1]$) tai globaalikoordinaatistossa (jossa $x \in [x_1, x_2]$).

(10 pist.)

2. Yksiulotteisessa lämmönjohtumistehtävässä halutaan käyttää kolmesolmuista puoliäärettömäksi kuvattua Lagrangen elementtiä. Johda elementille lämmönjohtavuusmatriisi, kun elementin lokaaliyhtälöksi on johdettu

$$\int_0^L k(\bar{x})\mathbf{N}_{,x}(\bar{x})\mathbf{N}_{,x}^{\mathrm{T}}(\bar{x})\,d\bar{x}\;\hat{\mathbf{T}} = \int_0^L f(\bar{x})\mathbf{N}(\bar{x})\,d\bar{x} + \Big/_{0}^{L} k(\bar{x})T_{,x}(\bar{x})\mathbf{N}(\bar{x})$$

Elementin geometrialle tehtävä puoliääretön kuvaus on

$$x = \frac{-\xi}{1-\xi}x_{\mathrm{A}} + \left(1 + \frac{\xi}{1-\xi}\right)x_2$$

jossa piste A on tehtävän 'häiriökeskus' ja x_2 viittaa elementin keskimmäiseen solmuun. Piirrä puoliäärettömäksi kuvattu elementti. **(10 pist.)**