



1. Neliölevy deformoituu suunnikkaaksi siten, että sen pisteet siirtyvät vaakasuunnassa ja pisteen siirtymä on suoraan verrannollinen pisteen etäisyyteen y-akselista. Määritä nurkan D muodonmuutoskomponentit kuvan  $\bar{x}\bar{y}$ -koordinaatistossa.  $u_0 = \frac{a}{1000}$ .

2. Pisteiden muodonmuutoskomponentit ovat  $\epsilon_{xx} = -250\mu$   $\epsilon_{yy} = 375\mu$   $\gamma_{xy} = 400\mu$ . Määritä muodonmuutoskomponentit koordinaatistossa, jonka  $x'$ -akseli saadaan, kun kierretään koordinaatistoa  $50^\circ$  myötäpäivään. Määritä myös päävenymien suuruudet ja suunnat.

KAAVOJA  $e = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}$   $\epsilon_{x'} = \epsilon_x l^2 + \epsilon_y m^2 + \epsilon_z n^2 + 2\epsilon_{xy} lm + 2\epsilon_{yz} mn + 2\epsilon_{xz} ln$

$\epsilon_x = u_{,x}$   $\epsilon_y = v_{,y}$   $\epsilon_z = w_{,z}$

$\gamma_{xy} = u_{,y} + v_{,x}$   $\gamma_{yz} = v_{,z} + w_{,y}$   $\gamma_{zx} = u_{,z} + w_{,x}$

$J_1 = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$   $J_2 = \begin{vmatrix} \epsilon_x & \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \epsilon_x & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \epsilon_y & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{yz} & \epsilon_z \end{vmatrix}$   $J_3 = \det[V]$

$l_i = \frac{A_i}{R_i}$ ,  $m_i = \frac{B_i}{R_i}$ ,  $n_i = \frac{C_i}{R_i}$   $\epsilon^3 - J_1 \epsilon^2 + J_2 \epsilon - J_3 = 0$

$A_i = \begin{vmatrix} \epsilon_{yy} - \epsilon_i & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} - \epsilon_i \end{vmatrix}$   $B_i = - \begin{vmatrix} \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} - \epsilon_i \end{vmatrix}$   $C_i = \begin{vmatrix} \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yy} - \epsilon_i & \epsilon_{yz} \end{vmatrix}$   
 $R_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2}$

$\epsilon_{1,2} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2}\right)^2 + \epsilon_{xy}^2}$   $\tan 2\varphi = \frac{2\epsilon_{xy}}{\epsilon_x - \epsilon_y}$   $\epsilon_{xy} \sin 2\varphi \geq 0$

$\begin{cases} \epsilon_{x,yy} + \epsilon_{y,xx} = \gamma_{xy,xy} \\ \epsilon_{y,zz} + \epsilon_{z,yy} = \gamma_{yz,yz} \\ \epsilon_{z,xx} + \epsilon_{x,zz} = \gamma_{zx,zx} \end{cases}$

$\begin{cases} 2\epsilon_{x,yz} = \frac{\partial}{\partial x} (-\gamma_{yz,x} + \gamma_{zx,y} + \gamma_{xy,z}) \\ 2\epsilon_{y,zx} = \frac{\partial}{\partial y} (\gamma_{yz,x} - \gamma_{zx,y} + \gamma_{xy,z}) \\ 2\epsilon_{z,xy} = \frac{\partial}{\partial z} (\gamma_{yz,x} + \gamma_{zx,y} - \gamma_{xy,z}) \end{cases}$