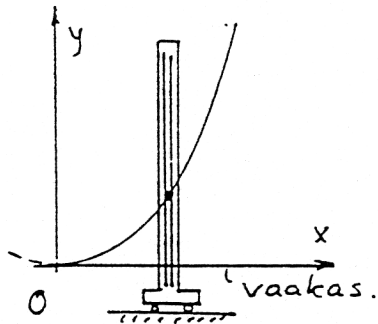


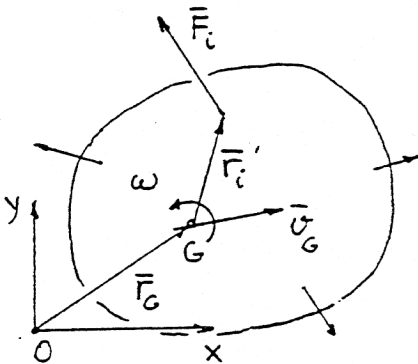
23120 DYNAMIIKAN PERUSTEET

Tentti 24.7.1991/P.H.

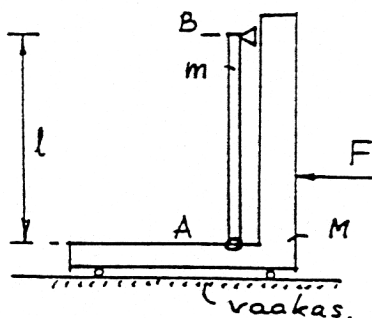
Kirjallisuutta ja muistiinpanoja ei saa pitää esillä. Vastauspaperiin on kirjoitettava nimen lisäksi opiskelijanumero, osasto ja vuosikurssi.



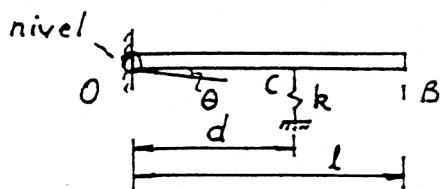
- Ohjain, jossan on pystysuora rako, liikkuu pystyasennossa Ox-akselin suuntaan vakio-nopeudella v_x . Hahlossa on kynä, jolla halutaan piirtää parabeli $y = cx^2$. Määritä kynän nopeus v_y ja kiihtyvyys a_y , kun ohjain liikkuu origosta 0 oikealle.



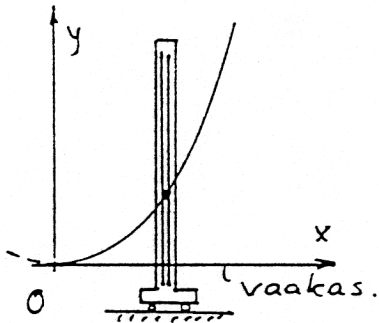
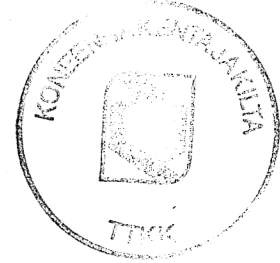
- Jäykän tasolevyn massa on m ja hitausmomentti massakeskuksen G suhteen I_G (kuva).
a) Johda liike-energian T lauseke.
b) Kirjoita työ- ja energialause.



- Pystysuora palkki AB, jonka pituus on l , on homogeeninen ja tasapaksu ja sen massa on m . Vaunun massa on M . Vaunu työnnetään voimalla F (kuva). Määritä palkin puolivälissä sen taivutusmomentti, kun $l = 2$ m, $m = 30$ kg, $M = 90$ kg ja $F = 6$ kN.



- Homogeeninen tasapaksu jäykkä palkki OB on tuettu oheisen kuvan mukaisesti. Rotaatiokulma θ oletetaan pieneksi. Määritä systeemi:
a) liikeyhtälö
b) ominaiskulmanopeus.



1. Ohjain, jossan on pystysuora rako, liikkuu pystyasennossa Ox-akselin suuntaan vakionopeudella v_x . Hahlossa on kynä, jolla halutaan piirtää parabeli $y = cx^2$. Määritä kynän nopeus v_y ja kiihtyvyys a_y , kun ohjain liikkuu origosta 0 oikealle.

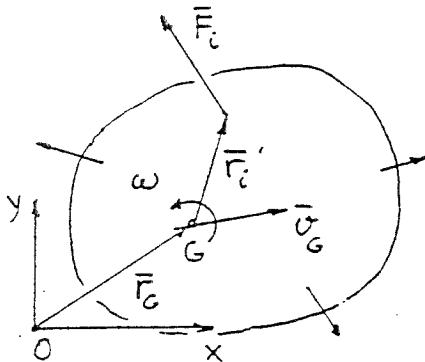
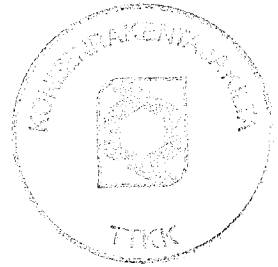
Ratk.

$$y = cx^2$$

$$v_y = \dot{y} = 2cx\dot{x} = 2cv_x t v_x = 2ctv_x^2$$

$$a_y = \dot{v}_y = 2c\dot{x}^2 + 2cx\ddot{x} = 2cv_x^2 + 2cv_x t \cdot 0 = 2cv_x^2$$

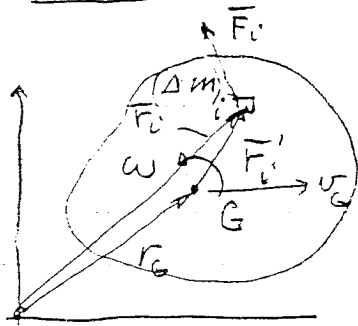
9.9.91 P.H.



2. Jäykän tasolevyn massa on m ja hitausmomentti massakeskuksen G suhteen I_G (kuva).

- Johda liike-energian T lauseke.
- Kirjoita työ- ja energialause.

Ratk. (Luennot)



$$\begin{aligned} \text{a) } T &= \frac{1}{2} \sum_i (\Delta m)_i v_i^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum (\Delta m)_i (\bar{v}_G + \bar{\omega} \times \bar{r}_i')^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum (\Delta m)_i [v_G^2 + 2\bar{v}_G \cdot \bar{\omega} \times \bar{r}_i' + \omega^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \underbrace{\sum (\Delta m)_i}_{m} v_G^2 + \underbrace{\sum (\Delta m)_i \bar{\omega} \times \bar{r}_i'}_{\vec{0}} \cdot \bar{v}_G + \frac{1}{2} \underbrace{\sum (\Delta m)_i r_i'^2}_{I_G} \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} m v_G^2 + \bar{\omega} \times \underbrace{\sum (\Delta m)_i \bar{r}_i'}_{\vec{0}} \cdot \bar{v}_G + \frac{1}{2} I_G \omega^2 = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2 \end{aligned}$$

b) T & E - lause yhdistyiselle partikkelille

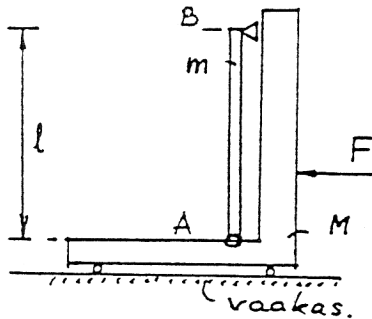
$$\int_1^2 \bar{F}_i \cdot d\bar{r}_i = \frac{1}{2} (\Delta m)_i v_{i,2}^2 - \frac{1}{2} (\Delta m)_i v_{i,1}^2$$

kaikille partikkeleille yhteensä

$$\sum \int_1^2 \bar{F}_i \cdot d\bar{r}_i = \frac{1}{2} \sum (\Delta m)_i v_{i,2}^2 - \frac{1}{2} \sum (\Delta m)_i v_{i,1}^2$$

$$\text{eli } \underline{W_{1-2} = \frac{1}{2} m (v_{G,2}^2 - v_{G,1}^2) + \frac{1}{2} I_G (\omega_2^2 - \omega_1^2)}$$

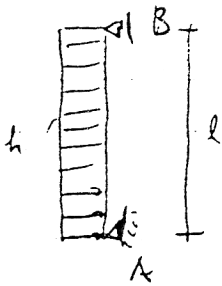
TTKK/K TME
23120 Dyn. per.



3. Pystysuora palkki AB, jonka pituus on l , on homogeeninen ja tasapaksu ja sen massa on m . Vaunun massa on M . Vaunu työnnetään voimalla F (kuva). Määritä palkin puolivälissä sen taivutusmomentti, kun $l = 2$ m, $m = 30$ kg, $M = 90$ kg ja $F = 6$ kN.

Ratk.

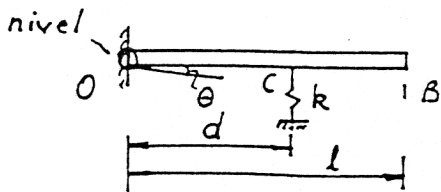
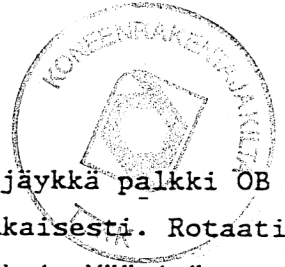
$$F = (M + m)a \Rightarrow a = \frac{F}{M + m} = \frac{6000}{90 + 30} = 50$$



Hitauskuorma $h = \frac{m}{l} a = \frac{30}{2} \cdot 50 = 750 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$
 $= 750 \text{ N/m}$

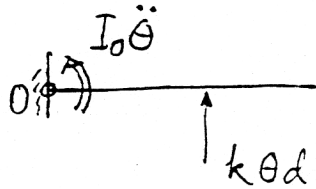
$$M = \frac{h l^2}{8} = \frac{750 \cdot 2^2}{8} = 375 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

TTKK/K TME
23120 Dyn-per.



4. Homogeeninen tasapaksu jäykkä palkki OB on tuettu oheisen kuvan mukaisesti. Rotaatiokulma θ oletetaan pieneksi. Määritä systeemi:
- liikeyhtälö
 - ominaiskulmanopeus.

Ratk.



O kääntöpiste

$$a) \quad \circlearrowleft \quad I_0 \ddot{\theta} + kd^2 \theta = 0$$

$$I_0 = \frac{1}{3} ml^2$$

$$b) \quad \omega = \sqrt{\frac{kd^2}{I_0}} = \sqrt{\frac{3kd^2}{ml^2}}$$

9.9.91 P.H.