



Usean muuttujan funktiot

Tentti 1.12.2020 / Merja Laaksonen

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta

Muista, että pisteet tulevat perusteluista eikä arvauksista.

1. Olkoon $f(x, y, z) = x^3 y z^2$.

a) Laske ∇f .

b) Jos $dx = -\frac{1}{100}$, $dy = \frac{7}{100}$ ja $dz = \frac{1}{10}$, niin laske funktion f kokonaisdifferentiaalın arvo pisteessä $(1, 2, -1)$.

c) Arvioi kokonaisdifferentiaalın avulla maksimivirhettä, kun $x = 1 \pm 0.01$, $y = 2 \pm 0.07$, $z = -1 \pm 0.1$. Anna vastaus samassa muodossa kuin muuttujien arvot on annettu.

2. a) Linearisoi funktio $f : f(x, y, z) = x^3 y z^2$ pisteessä $(1, 2, -1)$.

b) Tiedetään, että jokaisessa avaruuden \mathbb{R}^3 pisteessä funktio g vähenee voimakkaimmin suuntaan

$$(3x^2 y + 8z)\mathbf{i} + (x^3 - 4z)\mathbf{j} + (8x - 4y + \sqrt{6})\mathbf{k}.$$

Mikä on funktion g suunnatun derivaatan arvo pisteessä $(1, 2, -1)$ vektorin $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} + \sqrt{6}\mathbf{k}$ suuntaan?

3. Tarkastellaan funktiota $f : f(x, y) = x^3 + y^2 - x^2 y$ alueessa

$$\Omega = \{(x, y) \mid x^2 \leq y \leq 1\}.$$

Etsi funktion suurin ja pienin arvo tuossa suljetussa alueessa.

4. a) Vaihda integroimisjärjestys

$$\int_0^1 \int_{y+1}^2 y \, dx \, dy$$

ja laske integraalin arvo.

b) Muunna integraali

$$\int_{-3}^0 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^0 y \, dy \, dx$$

napakoordinaatistoon ja laske integraalin arvo.