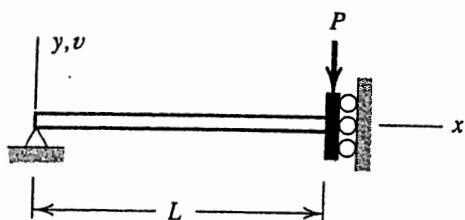


TME-2300 ELEMENTTIMENETELMÄN PERUSTEET

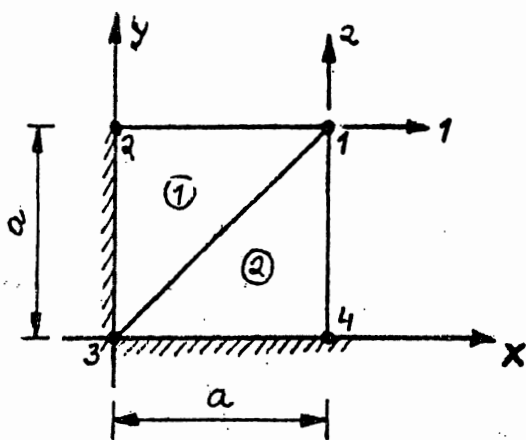
Tentti 23.3.2009

Kirjallisuuden ja muistiinpanojen esilläpito ei ole sallittua. Jokaiseen vastauspaperiin on kirjoitettava opiskelijanumero, nimikirjoitus ja nimenselvennös **selvästi** tekstaten.!!!**Kaavakokoelma on palautettava!!!**



1. Kuvan esittämän palkin taivutusjäykkyys EI on vakio. Määritä Rayleigh-Ritzin menetelmällä palkin oikean pään taipuma. Käytä taipumafunktion estimaattina toisen asteen polynomia.

Kimmoenergian lauseke on $U = \frac{1}{2} \int EI(v'')^2 dx$.



2. Vakiovenymän kolmioelementin jäykkymatriisi on isotrooppiselle materiaalille tasojännitystilassa muotoa

$$[k_{ij}]_{6 \times 6} = [[B_i]^T [E] [B_j]] tA, \text{ missä}$$

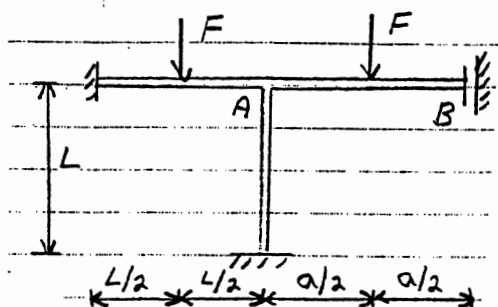
$$[B_i] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_i & 0 \\ 0 & a_i \\ a_i & b_i \end{bmatrix}, \quad [E] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\nu} \end{bmatrix}$$

$$a_i = x_k - x_j$$

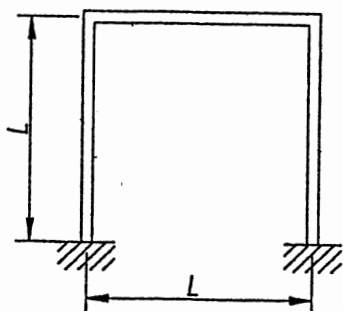
$$b_i = y_j - y_k$$

$$\bar{\nu} = \frac{1-\nu}{2}$$

Laske oheisen kuvan mukaista elementtijakoa vastaava jäykkymatriisi. Mikä on kuormitusvektoria $\{F\} = \{F_1 F_2\}$ vastaava levyn keskipisteen $(a/2, a/2)$ siirtymävektori?



3. Oheisen tasokehän palkit oletetaan venymättömiksi. Määritä pituus a siten, että kiertymä pisteessä A on nolla. Määritä lisäksi palkin AB taivutusmomenttijakautuma. Kohdassa B on luistituki, joka sallii vain pystysuuntaisen translaatioliikkeen. Kunkin palkin taivutusjäykkyys on vakio EI .



4. Laske kuvan kehärakenteen alimman ominaiskulmataajuuden likiarvo. Palkit kannattaa olettaa venymättömiksi ja voit käyttää keskitettyä massamatriisia. Kehän palkkien jäykkyys on EI ja pituusmassa m .