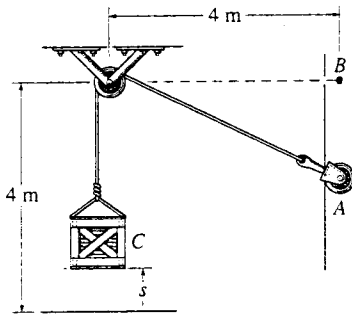


Mukana saa olla yksi A4-kokoinen oma kaavakokoelma molemmin puolin kirjoitettuna ja MAOLin tai Tammertekniikan taulukkokirja

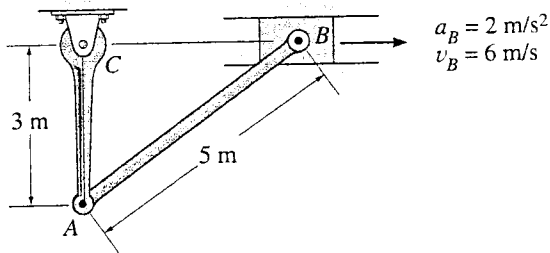
Vastauspapereihin on kirjoitettava oma nimi, NIMEN SELVENNYS ja opiskelijanumero.



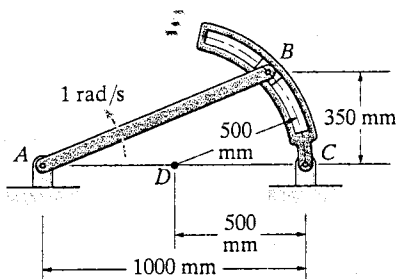
1. Gepardi saavuttaa huippunopeutensa $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ neljässä sekunnissa. Hyppyantilooppi saavuttaa samassa ajassa oman maksiminopeutensa $65 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jos eläimet juoksevat samaa suoraa linjaa, lähtevät liikkeelle yhtä aikaa ja kummallakin on vakiokiihtyvyys, kuinka lähellä antilooppia gepardin pitää olla takaa-ajon alkaessa, jotta se saavuttaisi saaliinsa 10 sekunnissa.



2. Laatikkoa C nostetaan liikuttamalla rullaa A alaspäin vakionopeudella $v_A = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Määritä laatikon nopeus ja kiihtyvyys, kun se on noussut matkan $s = 1 \text{ m}$. Laatikko on lepää lattialla, kun rulla on kohdassa B.



3. Luisti B liikkuu oikealle kiihtyvyydellä $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Kuvan esittämällä hetkellä sen nopeus on $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Määritä kammien AC kulmakiihtyvyys ja pisteen A kiihtyvyys tällä hetkellä.



4. Sauva AB pyörii vakiokulmanopeudella $1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ vastapäivään. Luisti B liukuu pitkin sauvan CE ympyrän muotoista uraa. Ympyrän keskipiste on kuvan esittämällä hetkellä pisteessä D. Määritä sauvan CE kulmanopeus ja luistin suhteellinen nopeus urassa kuvan esittämällä hetkellä.



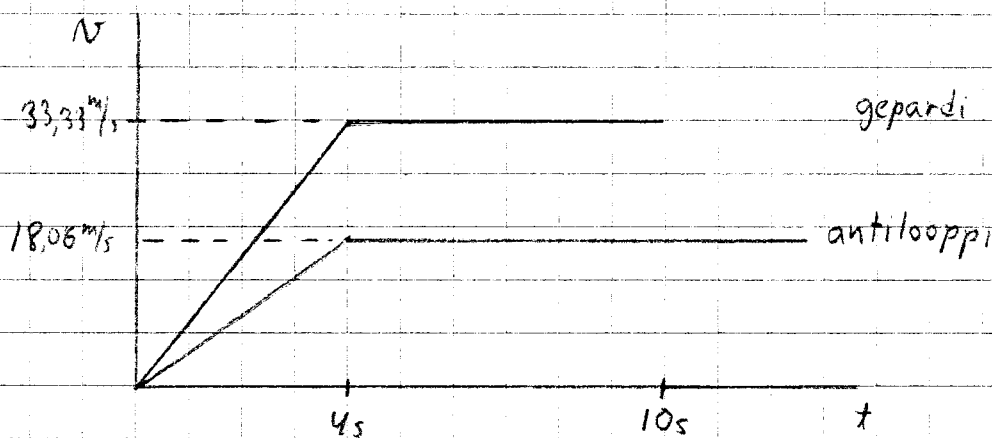
1. Gepardi saavuttaa huippunopeutensa $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ neljässä sekunnissa. Hyppyaantilooppi saavuttaa samassa ajassa oman maksiminopeutensa $65 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jos eläimet juoksevat samaa suoraa linjaa, lähtevät liikkeelle yhtä aikaa ja kummallakin on vakio kiihtyvyys, kuinka lähellä antilooppia gepardin pitää olla takaa-ajon alkaessa, jotta se saavuttaisi saaliinsa 10 sekunnissa.

Ratkaisu

Piirretään nopeus ajan funktio:

$$120 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{120}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 33,33 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$65 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{65}{3,6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 18,06 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

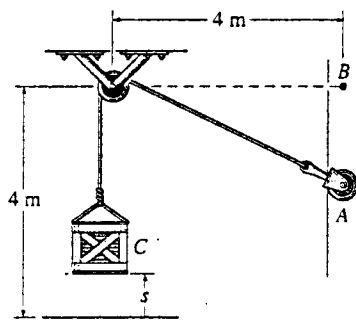


Kiihtyvyys on vakio \Rightarrow nopeus lineaarinen

$$\text{gepardi} \quad s_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 33,33 \text{ m} + 6 \cdot 33,33 \text{ m} = 266,67 \text{ m}$$

$$\text{antilooppi} \quad s_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 18,06 \text{ m} + 6 \cdot 18,06 \text{ m} = 144,44 \text{ m}$$

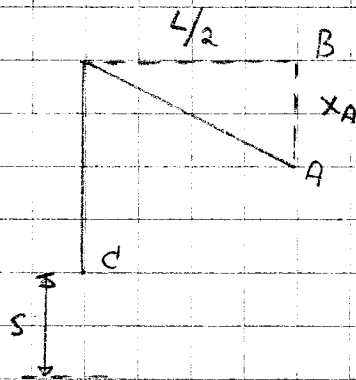
$$s_1 - s_2 = \underline{\underline{122 \text{ m}}}$$



2. Laatikkoa C nostetaan liikuttamalla rullaa A alaspäin vakionopeudella $v_A = 2 \text{ m/s}$. Määritä laatikon nopeus ja kiihtyvyys, kun se on noussut matkan $s = 1 \text{ m}$. Laatikko on lepää lattialla, kun rulla on kohdassa B.

Ratkaisu:

Köyden pituus $L = 8 \text{ m}$



$$\frac{1}{2}L - s + \sqrt{x_A^2 + \frac{1}{4}L^2} = L$$

$$\sqrt{x_A^2 + \frac{1}{4}L^2} = s + \frac{1}{2}L$$

$$x_A^2 + \frac{1}{4}L^2 = \left(s + \frac{1}{2}L\right)^2$$

derivoidaan $2x_A \dot{x}_A = 2\left(s + \frac{1}{2}L\right)\dot{s}$

$$\dot{s} = \frac{x_A \dot{x}_A}{s + \frac{1}{2}L}$$

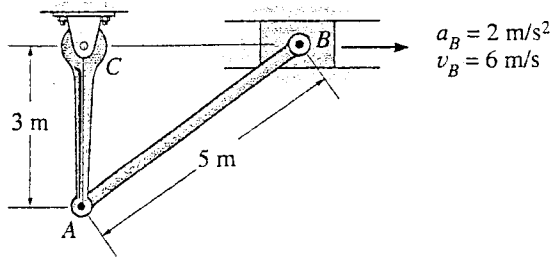
derivointi toiseen kertaan $\dot{x}_A^2 + x_A \ddot{x}_A = \dot{s}^2 + \left(s + \frac{1}{2}L\right)\ddot{s}$

$$\ddot{s} = \frac{\dot{x}_A^2 + x_A \ddot{x}_A - \dot{s}^2}{s + \frac{1}{2}L} = \frac{\dot{x}_A^2 - \dot{s}^2}{s + \frac{1}{2}L} \quad \ddot{x}_A = 0$$

$$\dot{x}_A = 2 \text{ m/s} \quad s = 1 \text{ m} \quad x_A = \sqrt{\left(s + \frac{1}{2}L\right)^2 - \frac{1}{4}L^2} = \sqrt{s^2 + sL}$$

$$x_A(s=1\text{m}) = 3 \text{ m}$$

$$v_C = \dot{s} = \frac{3 \cdot 2}{1 + 4} \text{ m/s} = \underline{\underline{1,2 \text{ m/s} \uparrow}} \quad a_C = \ddot{s} = \frac{4 - 1,2^2}{5} \text{ m/s}^2 = \underline{\underline{0,512 \text{ m/s}^2 \uparrow}}$$



3. Luisti B liikkuu oikealle kiihtyvyydellä $2 \frac{m}{s^2}$.
Kuvan esittämällä hetkellä sen nopeus on $6 \frac{m}{s}$.
Määritä kammien AC kulmakiikkyvyys ja pisteen A kiihtyvyys tällä hetkellä.

Ratkaisu

Ratkaisu

Järj (m/s)

$$\vec{v}_A = v_A \vec{i} \quad \vec{v}_B = 6 \vec{i}$$

Sauva AB on hetkellisessä translaatiossa

$$\Rightarrow \vec{v}_A = 6 \vec{i} \Rightarrow \omega_{AC} = \frac{6}{3} = 2 \curvearrowleft$$

$$\vec{a}_A = 3 \alpha_{AC} \vec{i} + 12 \vec{j}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{\alpha}_{AB} \times \vec{r}_{B/A}$$

$$2 \vec{i} = 3 \alpha_{AC} \vec{i} + 12 \vec{j} - 3 \alpha_{AB} \vec{i} + 4 \alpha_{AB} \vec{j}$$

$$\vec{j}: 0 = 12 + 4 \alpha_{AB} \Rightarrow \alpha_{AB} = -3$$

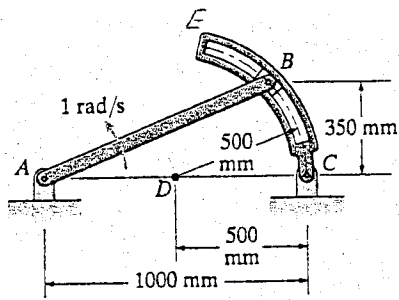
$$\vec{i}: 2 = 3 \alpha_{AC} - 3 \alpha_{AB}$$

$$\alpha_{AC} = \alpha_{AB} + \frac{2}{3} = -2 \frac{1}{3} = -2,33 \frac{1}{s^2} = \underline{\underline{2,33 \frac{1}{s^2} \curvearrowright}}$$

$$\vec{a}_A = -3 \cdot 2,33 \vec{i} + 12 \vec{j} = -7 \vec{i} + 12 \vec{j}$$

$$\tan \varphi = \frac{12}{7} \Rightarrow \varphi = 59,7^\circ \quad a_A = \sqrt{7^2 + 12^2} = 13,9$$

$$\underline{\underline{\vec{a}_A = 13,9 \frac{m}{s^2} \quad 59,7^\circ \curvearrowright}}$$

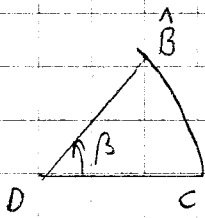


4. Sauva AB pyörii vakiokulmanopeudella $1 \frac{1}{s}$ vastapäivään. Luisti B liukuu pitkin sauvan CD ympyrän muotoista uraa. Ympyrän keskipiste on kuvan esittämällä hetkellä pisteessä D. Määritä sauvan CD kulmanopeus ja luistin suhteellinen nopeus urassa kuvan esittämällä hetkellä.

Ratkaisu

Järj. (m, s)

$$\vec{v}_B = \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{B/A} = \vec{\omega}_{CE} \times \vec{r}_{B/C} + \vec{v}_{rel}$$



$$\sin \beta = \frac{0,350}{0,500} = 0,7 \Rightarrow \beta = 44,4^\circ$$

$$\vec{r}_{B/A} = (0,5 + 0,5 \cos \beta) \vec{i} + 0,35 \vec{j} = 0,857 \vec{i} + 0,350 \vec{j}$$

$$\vec{r}_{B/C} = -(0,5 - 0,5 \cos \beta) \vec{i} + 0,35 \vec{j} = -0,143 \vec{i} + 0,350 \vec{j}$$

$$\vec{v}_B = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ 0,857 & 0,350 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & \omega_{CE} \\ -0,143 & 0,350 & 0 \end{vmatrix} + N_{rel} (-\sin \beta \vec{i} + \cos \beta \vec{j})$$

$$\begin{array}{l} \rightarrow -0,350 = -0,350 \omega_{CE} - 0,7 N_{rel} \\ \uparrow 0,857 = -0,143 \omega_{CE} + 0,714 N_{rel} \end{array} \left. \begin{array}{l} \cdot 0,714 \\ + \\ \cdot 0,7 \end{array} \right\}$$

$$0,35 = -0,35 \omega_{CE} \Rightarrow \omega_{CE} = -1 \frac{1}{s} = 1 \frac{1}{s} \curvearrowright$$

$$-0,350 = -0,350 \cdot (-1) - 0,7 N_{rel} \Rightarrow N_{rel} = 1 \frac{m}{s} \leftarrow$$