TTY / Talous ja rakentaminen

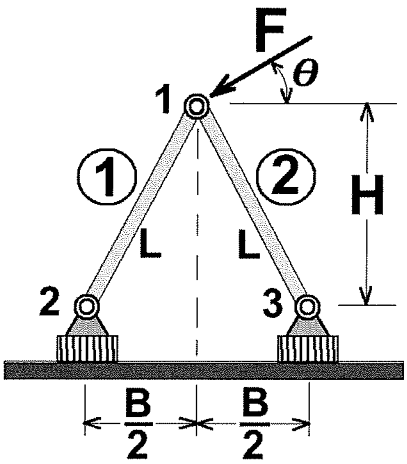
Rakennustekniikka

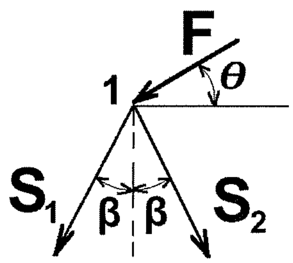
RAK-33080 KANTAVIEN RAKENTEIDEN OPTIMOINTI, 3-5 op

Kevät 2019 Jarmo Poutala

Tentti 1 Kaikki laskimet sallittuja ! pe 03.05.2019

(3 op: Tehtävät 1-3; 5 op: Tehtävät 1-5)





1. Suunnittele mahdollisimman kevyt kaksisauvainen ristikko kuvan kuormitustapaukseen. Sallittu jännitys on σ_a. Puristuspuolen sauvan puristusvoima ei saa ylittää nurjahdusvoimaa **P_{cr}** varmuuskertoimella jaettuna. Vetopuolen sauvan piteneminen δ saa olla korkeintaan **0,5 mm**. Muodosta standardimuotoinen optimointitehtävä ristikon minimimassan laskemiseksi. Käytä suunnittelumuuttujina sauvojen pinta-aloja. Ratkaise tehtävä käsin graafisesti (likimääräisesti). Suunnittelun on täytettävä seuraavat alla olevat rajoitusehdot ja perustiedot.

$$100\ \text{mm}^2 \le A_i \le 5000\ \text{mm}^2, \quad i = 1{,}2$$

$$F = 100\ \text{kN} \quad , \quad \theta = 30° \quad , \quad H = 1\ \text{m} \quad , \quad B = 1{,}2\ \text{m}$$

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot \mathrm{E} \cdot \mathrm{I}}{\mathrm{FS} \cdot \mathrm{L}_{\text{bar}}^2}, \quad \delta = \frac{S_i \cdot L}{E \cdot A_i}, \quad I_i = A_i^2 , \quad \sigma_1 = \frac{S_1}{A_1} \quad , \quad \sigma_2 = \frac{S_2}{A_2}$$

$$\sigma_a = 250\ \text{MPa}, \quad E = 200\ \text{GPa}, \quad \rho = 7850\ \text{kg/m}^3, \quad g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$$

$$L = \sqrt{H^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2} \quad , \quad \text{Varmuuskerroin (against buckling) } FS = 2$$

$$\begin{cases} -S_1 \cdot \sin(\beta) + S_2 \cdot \sin(\beta) = F \cdot \cos(\theta) \\ -S_1 \cdot \cos(\beta) - S_2 \cdot \cos(\beta) = F \cdot \sin(\theta) \end{cases}$$

2. Suorita viereinen maksimointitehtävä käyttäen Simplex menetelmää.

Maximize $z = 5 \cdot x_1 - 4 \cdot x_2$

Subject to

$$2 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 \le -3$$
$$4 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 = 6$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

KÄÄNNÄ !

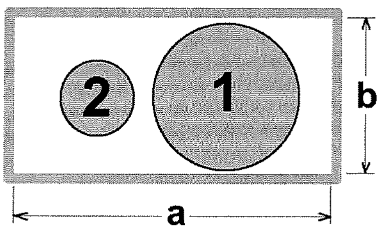
3. Perustele lyhyesti vastauksesi seuraaviin osatehtäviin (a –d).

   a) Piirrä jokin konveksi ja ei-konveksi alue.

   b) Mitkä ovat (kurssikirjan mukaan) optimointitehtävän aloittamisessa ja muodostamisessa tarvittavat 5 vaihetta?

   c) Mitkä ovat optimointitehtävän tärkeimmät muuttujat?

   d) Mikä on utopia-piste?



4. Määritä pienin sisäpinta-ala $(\mathbf{A} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$ kahden erikokoisen lautasen rasialle. Rasia on suorakaiteenmuotoinen. Rasian sisäkorkeus on sama kuin kummankin lautasen paksuus eli lautaset eivät voi olla päällekkäin. Lautasen **1** halkaisija on **30 cm** ja lautasen **2** halkaisija on **15 cm**.

Min $\mathbf{f}(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 2 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2$

Subject to $x_1 + x_2 - 4 \le 0$

$2 - x_1 \le 0$

$x_1, x_2 \ge 0$

5. Ratkaise viereinen minimointitehtävä **KKT** optimaalisuusehtoja käyttäen.

KÄÄNNÄ !

Karush - Kuhn - Tucker (KKT) optimaalisuusehdot: Olkoon x^* käyvän alueen säännöllinen piste siten, että se on funktion f(x) lokaali minimi reunaehdoilla $h_i(x) = 0$; $i = 1$ to p ja $g(x) \leq 0$; $j = 1$ to m. Sitten on olemassa Lagrange kertoimet v^* (p - vektori) ja u^* (m - vektori) siten että Lagrange funktio on stationaarinen (kiinteä) muuttujien x_j, v_i, u_j ja s_j suhteen pisteessä x^*.

1. Lagrangen funktio

$$L(x,v,u,s) = f(x) + \sum_{i=1}^{p} v_i \cdot h_i(x) + \sum_{j=1}^{m} u_j \cdot \left(g_j(x) + s_j^2\right) = f(x) + \mathbf{v}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{h(x)} + \mathbf{u}^{\mathrm{T}} \cdot \left(\mathbf{g(x)} + \mathbf{s}^2\right)$$

2, Gradienttiehdot

$$\frac{\partial L}{\partial x_k} = \frac{\partial f}{\partial x_k} + \sum_{i=1}^{p} v_i^* \cdot \frac{\partial h_i}{\partial x_k} + \sum_{j=1}^{m} u_j^* \cdot \frac{\partial g_i}{\partial x_k} = 0; \qquad k = 1 \text{ to n}$$

$$\frac{\partial L}{\partial v_i} = 0 \quad \Rightarrow \quad h_i(x^*) = 0; \qquad \text{j} = 1 \text{ to p}$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_j} = 0 \quad \Rightarrow \quad (g_j(x^*) + s_j^2) = 0; \qquad \text{j} = 1 \text{ to m}$$

3. Epäyhtälöiden toteutuksen tarkistus

$s_j^2 \geq 0$; tai vaihtoehtoisesti $g_j \leq 0$; $\quad$ j = 1 to m

4. Kytkentäyhtälöt

$$\frac{\partial L}{\partial s_j} = 0 \quad \Rightarrow \quad 2 \cdot u_j^* \cdot s_j = 0; \qquad \text{j} = 1 \text{ to m}$$

5. Lagrangen kertoimien ei - negatiivisyyden tarkistus epäyhtälöille

$u_j^* \geq 0$; $\quad$ j = 1 to m

6. Säännöllisyyden tarkistus

Aktiivisten rajoitusten gradienttien pitäisi olla lineaarisesti riippumattomia.
Tällaisessa tapauksessa Lagrangen kertoimet ovat ainutlaatuisia rajoituksille.