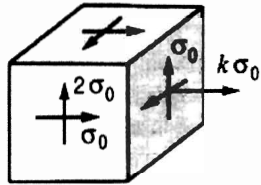


MEC-2410 Materiaalien mekaniikka

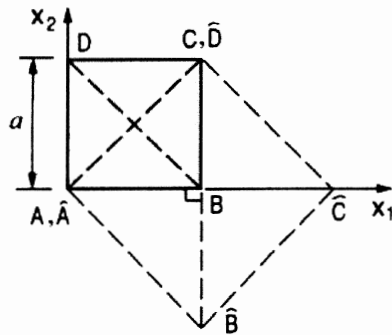
1. välikoe 13.3.2012

1. Määritä alla olevan kuvan mukaisen jännitystilän jännitysmatriisi σ , deviatorinen jännitysmatriisi $s = \sigma - \frac{1}{3}\text{tr}(\sigma)\mathbf{I}$ sekä deviaattorimatriisin toinen invariantti $J_2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ji}$.



$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & \tau_0 & 0 \\ \tau_0 & \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & k\sigma_0 \end{bmatrix}$$

2. Määritä yllä olevan kuvan jännityselementin normaali jännityksen kerroin k siten, että kysymyksessä olisi taso jännitystilä. Määritä näin saadun jännitystilän pääjännitykset sekä jännityksistä vapaan pintaelementin yksikkönormaali. Laske myös pääleikkausjännitys.
3. Neliölevy deformoituu alla olevan kuvan mukaisesti. Määritä deformaatiogradientti \mathbf{F} ja Greenin-Lagrangen mudonmuutostensori $\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I})$. Laske myös lävistäjävektoreiden lopputilat.



$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \gamma^2 & \gamma \\ \gamma & 0 \end{bmatrix}$$

4. Lineaarisesti kimmoisan transversaali isotrooppisen aineen konstitutiivinen yhteys on

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\alpha_1 I_1 + \alpha_3 I_4)\mathbf{I} + \alpha_2 \boldsymbol{\sigma} + (\alpha_3 I_1 + \alpha_4 I_4)\mathbf{M} + \alpha_5(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{M} + \mathbf{M}\boldsymbol{\sigma}),$$

jossa rakennetensori $\mathbf{M} = \mathbf{m}\mathbf{m}^T$ ja yksikkövektori \mathbf{m} määrittelee isotropiatason (pää-tason) normaalin suunnan, ja $\alpha_1, \dots, \alpha_5$ ovat materialiparametreja. Kirjoita yhtälö käyttäen Voigtin matriisimuotoista merkintätapaa $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S}\boldsymbol{\sigma}$, jossa jännitys ja muodonmuutoskomponentit ovat kirjoitettu pystyvektoreina muodossa

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}]^T, \quad \boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}]^T$$

ja vektori \mathbf{m} on z -akselin suuntainen. Matriisi \mathbf{S} on materiaalin komplianssimatriisi. Invariantit I_1 ja I_4 määritellään $I_1 = \text{tr} \boldsymbol{\sigma}$, $I_4 = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{M})$.

Välikokeessa ei sallita kaavakokoelmaa eikä muutakaan kirjallista materiaalia.