

**MAT-20401 Vektorianalyysi**
Tentti 18.5.2012

Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite ohessa.

Ratkaise **tehtävät 1 ja 2 omalle konseptiarkilleen** ja **tehtävät 3 ja 4 omalle konseptiarkilleen**. Palauta arkit eri pinoihin. Muista kirjoittaa nimesi ja opiskelijanumerosi jokaiseen arkkiin.

- a) Minkä kentän potentiaalifunktio on $f(x, y, z) = x^2 - 3y^2 + 4z^2$?
b) Olkoon $\mathbf{F}(x, y, z) = \sin x \mathbf{i} + \cos(x - y) \mathbf{j} + z \mathbf{k}$. Laske määritelmiä käyttäen (käyttämättä nablaussääntöjä)

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{F}) \quad \text{ja} \quad \nabla \times (\nabla \times \mathbf{F}).$$

- Laske

$$\int_C (x^2 + y^2 + z^2) ds,$$

kun käyrällä C on parametrisointina $\mathbf{r}(t) = (t, \cos(2t), \sin(2t))$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

- Olkoon S pinnan $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ se osa, joka on tason $z = 1$ yläpuolella. Laske S :n muotoisen tasa-aineisen (pintatieheys $\delta(x, y, z) = k = \text{vakio}$) astian massakeskipiste.
- Olkoon S pinnan $z = 4 - x^2 - y^2$ se osa, joka on xy -tason yläpuolella. Laske kentän $\mathbf{F}(x, y, z) = x \mathbf{i} + y \mathbf{j} + 2z \mathbf{k}$ vuo pinnan S läpi ylöspäin.

Seuraavasta muistikolmiosta voi olla apua:

